

Raisonnement mathématique

Question 8

On considère la fonction : $f(x) = \frac{2 \ln x + 1}{x}$. Soit (C) la courbe représentative de f .

Affirmation	VRAI	FAUX
A. La droite $y = 0$ est une asymptote à (C) .	✓	
B. La droite $x = 0$ est une asymptote à (C) .	✓	
C. Sur $]0 ; e^{\frac{1}{2}}[$ la fonction f est décroissante.		✓
D. Les coordonnées du point d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses sont $(e^{\frac{1}{2}} ; 0)$.		✓

Corrigé

- **A. VRAI** – $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \ln x + 1}{x} = 0$ (croissances comparées) : $y = 0$ est asymptote horizontale en $+\infty$.
- **B. VRAI** – Quand $x \rightarrow 0^+$, $2 \ln x + 1 \rightarrow -\infty$ et $\frac{1}{x} \rightarrow +\infty$, donc $f(x) \rightarrow -\infty$: $x = 0$ est asymptote verticale.
- **C. FAUX** – $f'(x) = \frac{2 - (2 \ln x + 1)}{x^2} = \frac{1 - 2 \ln x}{x^2} > 0$ pour $x < e^{1/2}$: f est croissante sur $]0 ; e^{1/2}[$.
- **D. FAUX** – $f(x) = 0 \iff \ln x = -\frac{1}{2} \iff x = e^{-1/2}$; le point est $(e^{-1/2} ; 0)$.