

Raisonnement mathématique

Question 7

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = a + bxe^{-x}$ où a et b sont deux nombres réels.

La courbe représentative de f passe par le point de coordonnées $(0; 1)$.

En ce point, la tangente à la courbe a comme pente 1.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. $f'(x) = b(1+x)e^{-x}$.		✓
B. $a = b = 1$.	✓	
C. f admet un maximum qui vaut $1 + e$.		✓
D. L'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique notée α , avec $-1 < \alpha < 1$.	✓	

Corrigé

- A. **FAUX** – $f'(x) = b e^{-x} - bx e^{-x} = b(1-x)e^{-x}$, et non $b(1+x)e^{-x}$.
- B. **VRAI** – $f(0) = a = 1$ et $f'(0) = b = 1$.
- C. **FAUX** – $f(x) = 1 + xe^{-x}$ admet un maximum en $x = 1$ qui vaut $1 + e^{-1} = 1 + \frac{1}{e}$, pas $1 + e$.
- D. **VRAI** – f est strictement croissante sur $] -\infty; 1]$ avec $f(-1) = 1 - e < 0$, $f(0) = 1 > 0$, et $f > 1$ pour $x > 0$: solution unique $\alpha \approx -0,567$, bien comprise entre -1 et 1 .