

Problème mathématique

Certaines questions peuvent être traitées indépendamment. D'autres nécessitent les résultats obtenus dans les questions précédentes.

Un architecte chargé d'établir les plans et d'assurer le suivi de la construction d'un nouvel immeuble, fait appel à vos services en qualité de conseiller technique. Il vous demande de répondre à une série de questions en faisant appel à vos connaissances dans le domaine des mathématiques et surtout à votre logique.

Les opérations à mener pour construire l'immeuble sont les suivantes :

En premier lieu il convient de faire les fondations. La durée de cette tâche est estimée à 3 semaines.

Le gros œuvre (réalisation des murs extérieurs et des planchers) nécessitera 10 semaines et ne pourra démarrer qu'une fois les fondations terminées).

La réalisation de la toiture, qui ne peut commencer avant la fin du gros oeuvre, durera 3 semaines.

Le temps prévu pour la mise en place des portes et des fenêtres, qui peut débuter dès que le gros oeuvre est terminé, est de 4 semaines.

Il faut attendre que les portes et fenêtres soient posées pour entamer les travaux de peinture extérieure qui dureront 4 semaines.

Dès que la toiture est terminée, l'installation du chauffage, qui nécessite 2 semaines, peut débuter.

Les électriciens demandent 4 semaines pour réaliser leur tâche (installer le circuit électrique) qui peut commencer dès que la toiture est mise en place et que les portes et fenêtres sont posées.

Les travaux de finition intérieure (peinture intérieure, aménagements divers de l'immeuble) requièrent 5 semaines, et peuvent être engagés quand les électriciens et les installateurs du système de chauffage ont terminé leur travail.

Pour pouvoir superviser l'ensemble des travaux, on représente un calendrier où n'apparaît que la numérotation des semaines, le début et la fin de chacune des tâches évoquées ci-dessus, sachant que l'architecte souhaite que l'immeuble soit réalisé dans les plus courts délais.

Une tâche débute toujours en début de semaine et se termine toujours en fin de semaine.

Exemple :

Numéro semaine $\Rightarrow$ $\underbrace{1 \quad 2 \quad 3}_{\text{Tâche A}}$ $\underbrace{4 \quad 5}_{\text{Tâche B}}$ $\underbrace{6 \quad 7 \quad 8}_{\text{Tâche C}}$

Tâche D

Tâche D

Lecture du « calendrier » de l'exemple : la tâche A dure 3 semaines. La tâche B dure 2 semaines et ne peut commencer avant la tâche A. La tâche C dure 3 semaines et ne peut commencer avant la tâche B. La tâche D dure 4 semaines et ne peut commencer avant la tâche A.

Remarque : Chaque changement doit être pris en compte indépendamment des autres. Ainsi, par exemple, lorsqu'il s'agit de recalculer la durée totale des travaux sachant que la toiture est posée en 2 semaines plutôt que 3, on suppose que les autres tâches sont réalisées dans le temps prévu initialement.

Question 14

On note :

- T une tâche quelconque, parmi les tâches de l'énoncé.
- $R_1(T)$ le retard maximum, exprimé en nombre entier de semaines, que peut prendre la réalisation de la tâche T sans qu'elle retarde la durée totale du projet.
- $R_2(T)$ le retard maximum, exprimé en nombre entier de semaines, que peut prendre la réalisation de la tâche T sans qu'elle retarde le début de la tâche qui suit immédiatement (et donc sans retarder la durée totale du projet).

On dit qu'une tâche T est « critique » si $R_1(T) = R_2(T) = 0$.

À partir des informations précédentes, on peut conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Pour toute tâche T : $R_1(T) \leq R_2(T)$.		✓
B. Précisément pour la tâche T : « réalisation de la toiture », on a : $R_1(T) = 1$ et $R_2(T) = 0$.	✓	
C. Précisément pour la tâche T : « peinture extérieure » : $R_1(T) = 5$.	✓	
D. Les seules tâches non critiques sont : « réalisation de la toiture », « peinture extérieure » et « installation du système de chauffage ».	✓	

Corrigé

- **A. FAUX** – R_2 (marge libre) est toujours inférieur ou égal à R_1 (marge totale); pour la toiture $R_1 = 1 > R_2 = 0$. L'inégalité proposée est fausse. Faux.
- **B. VRAI** – Toiture finie en 16; elle peut finir en 17 sans retarder le projet ($R_1 = 1$), mais tout retard décale le début du chauffage prévu en 17 ($R_2 = 0$). Vrai.
- **C. VRAI** – Peinture extérieure 18-21, fin du projet en 26 : $R_1 = 5$. Vrai.
- **D. VRAI** – Marges totales : toiture 1, peinture ext. 5, chauffage 3; toutes les autres tâches (fondations, gros œuvre, portes-fenêtres, électricité, finitions) sont sur le chemin critique. Vrai.