

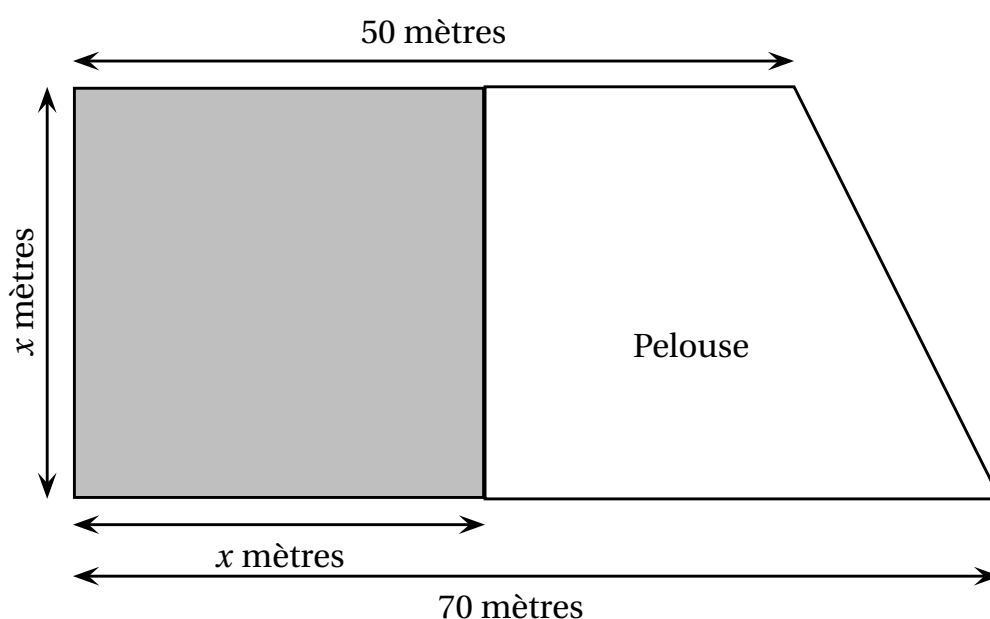
Problème mathématique

ATTENTION!

Certaines questions peuvent être traitées indépendamment. D'autres nécessitent les résultats obtenus dans les questions précédentes

La figure ci-dessous (qui n'est pas à l'échelle) est une représentation d'une parcelle de terrain (notée P_1) que Monsieur Potiron souhaite partager en deux parties :

- une partie en jardin potager (surface grisée) formant un carré de x mètres de côté avec $0 < x < 50$ mètres,
- l'autre partie en pelouse



On notera :

- S : aire totale de la parcelle de terrain
- J : aire jardin potager
- P : aire de la pelouse

Question 21

Monsieur Potiron envisage de produire des fruits ou des légumes sur cette parcelle, On nous précise que pour 220 euros, Monsieur Potiron pourrait obtenir 50 plants d'un légume et 40 pieds d'un fruit alors que pour 230 euros, il aurait 25 plants de ce légume et 60 pieds de ce fruit.

On appelle x_1 le prix d'un plant de légume et x_2 le prix d'un pied de fruit.

Supposons que Monsieur Potiron choisisse de cultiver des fruits.

- Le coût total exprimé en euros pour y kg de fruits ($y > 0$) produits en une journée est :

$$C(y) = 0,25y^2 + y + 30.$$

- Le coût moyen unitaire, exprimé en euros par kg, est noté $C_M(y)$:

$$C_M(y) = \frac{C(y)}{y}.$$

Chaque kg de fruit peut être vendu 7,50 €.

À partir des informations précédentes, on peut conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. $x_2 = x_1 + 1$.	✓	
B. $x_1 = 3$ euros.		✓
C. Si $y = 10$, Monsieur Potiron réalisera un bénéfice de 10 € sur la journée.	✓	
D. Si $y = 9$, le coût moyen unitaire est minimum.		✓

Corrigé

- **A. VRAI** – $50x_1 + 40x_2 = 220$ et $25x_1 + 60x_2 = 230$ donnent $x_1 = 2$, $x_2 = 3 : x_2 = x_1 + 1$.
- **B. FAUX** – $x_1 = 2$ €, pas 3.
- **C. VRAI** – $C(10) = 25 + 10 + 30 = 65$ € ; recette $10 \times 7,50 = 75$ € ; bénéfice 10 €.
- **D. FAUX** – $C_M(y) = 0,25y + 1 + 30/y$, dérivée $0,25 - 30/y^2$ nulle pour $y = \sqrt{120} \approx 10,95$: le minimum n'est pas en $y = 9$.