

Mathématiques

Question 17

Soit $(U_n)_{n>0}$ la suite définie par : $U_n = \frac{n + (-1)^n \sqrt{n}}{2n + 3}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. La suite $(U_n)_{n>0}$ converge.	✓	
B. La suite $(U_n)_{n>0}$ est positive ou nulle.	✓	
C. La suite $(U_n)_{n>0}$ est bornée.	✓	
D. La suite $(U_n)_{n>0}$ est croissante.		✓

Corrigé

- A. **VRAI** – $U_n = \frac{1 + (-1)^n / \sqrt{n}}{2 + 3/n} \rightarrow \frac{1}{2}$: la suite converge.
- B. **VRAI** – Pour $n \geq 1$, $n + (-1)^n \sqrt{n} \geq n - \sqrt{n} = \sqrt{n}(\sqrt{n} - 1) \geq 0$ et $2n + 3 > 0$: $U_n \geq 0$.
- C. **VRAI** – Toute suite convergente est bornée (ici $0 \leq U_n \leq (n + \sqrt{n})/(2n + 3) \leq 1$).
- D. **FAUX** – $U_1 = 0$, $U_2 = (2 + \sqrt{2})/7 \approx 0,49$, $U_3 = (3 - \sqrt{3})/9 \approx 0,14 < U_2$: pas croissante.