

Mathématiques

Question 15

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $U_n = \frac{(-1)^n}{(-1)^n + \sqrt{n+1}}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite bornée.	✓	
B. $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante.		✓
C. La suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ n'admet pas de limite.		✓

Corrigé

- **A. VRAI** – Pour $n \geq 1$, $|(-1)^n + \sqrt{n+1}| \geq \sqrt{2} - 1 > 0$, donc $|U_n| \leq 1/(\sqrt{2} - 1) \approx 2,41$; $U_0 = 1/2$. La suite est bornée.
- **B. FAUX** – $U_1 = -1/(\sqrt{2} - 1) \approx -2,41$ et $U_2 = 1/(1 + \sqrt{3}) \approx 0,37 > U_1$: la suite n'est pas décroissante (elle alterne de signe).
- **C. FAUX** – $|U_n| \leq 1/(\sqrt{n+1} - 1) \rightarrow 0$: la suite converge vers 0, elle admet donc une limite.