

Mathématiques

Question 14

Soient a et b deux réels et $f_{a,b}$ la fonction définie par $f_{a,b}(x) = \frac{ax^2 - 4}{x + b}$.

Pour tout $x \in \mathbb{R} - \{-b\}$, on note $C_{a,b}$ la courbe représentative de $f_{a,b}$ dans un repère orthonormé.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Il existe au moins une valeur de a telle que $C_{a,b}$ admette une asymptote horizontale.	✓	
B. Il existe au moins une valeur de a non nulle telle que $C_{a,b}$ admette une asymptote oblique.	✓	
C. Pour $(a, b) = (1, 1)$, $C_{a,b}$ est au-dessus de son asymptote quand tend x vers $+\infty$.		✓
D. Pour toutes les valeurs de (a, b) , $C_{a,b}$ admet une asymptote verticale.		✓

Corrigé

- A. **VRAI** – Pour $a = 0$, $f(x) = -4/(x + b)$ tend vers 0 en $\pm\infty$: asymptote horizontale $y = 0$.
- B. **VRAI** – Pour $a \neq 0$, $f_{a,b}(x) = ax - ab + \frac{ab^2 - 4}{x + b}$: la droite $y = ax - ab$ est asymptote oblique (toute valeur non nulle de a convient).
- C. **FAUX** – $\frac{x^2 - 4}{x + 1} = x - 1 - \frac{3}{x + 1}$; pour $x \rightarrow +\infty$, $-3/(x + 1) < 0$, la courbe est en dessous de son asymptote $y = x - 1$.
- D. **FAUX** – Si $ab^2 = 4$ (par exemple $a = 1$, $b = 2$), $f(x) = (x^2 - 4)/(x + 2) = x - 2$ sur son domaine : pas d'asymptote verticale.