

Mathématiques

Question 11

On considère le système (S) constitué de deux équations où x et y sont deux inconnues réelles et m un réel donné :

$$(S) \begin{cases} 4x^2 + 9y^2 = 36 \\ mx + y = 3 \end{cases}$$

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Le système (S) admet au moins une solution quel que soit le réel m .		✓
B. Si $m = \frac{\sqrt{5}}{3}$ alors le système (S) admet comme solution le couple $\left(\sqrt{5}; \frac{4}{3}\right)$.	✓	
C. Si $m = 1$, le système (S) admet deux solutions distinctes.	✓	
D. Le système (S) admet une solution unique pour deux valeurs de m .	✓	

Corrigé

- **A. FAUX** – En substituant $y = 3 - mx$: $(4 + 9m^2)x^2 - 54mx + 45 = 0$, de discriminant $1296m^2 - 720$, négatif si $m^2 < 5/9$ (par exemple $m = 0$: $9y^2 = 36$ et $y = 3$ sont incompatibles). Pas de solution pour tout m .
- **B. VRAI** – Pour $m = \sqrt{5}/3$, le discriminant est nul et $x = \frac{54m}{2(4 + 9m^2)} = 3m = \sqrt{5}$, $y = 3 - \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}/3 = 4/3$. Vérification : $4 \cdot 5 + 9 \cdot 16/9 = 36$.
- **C. VRAI** – Pour $m = 1$, discriminant $1296 - 720 = 576 > 0$: deux solutions distinctes.
- **D. VRAI** – Solution unique si et seulement si le discriminant est nul, soit $m = \pm\sqrt{5}/3$: exactement deux valeurs de m .