

Raisonnement logique

Question 5

Pour un âge donné (moins de 100 ans) : on note x le chiffre des dizaines, y le chiffre des unités et $(x - y)$ la différence des deux chiffres de l'âge.

Un mari affirme que si on additionne son âge, le produit des deux chiffres de son âge, la somme des 2 chiffres de son âge et la différence des deux chiffres de son âge, il obtient le nombre 100.

Il ajoute que c'est aussi le cas de l'âge de son épouse, qui est par ailleurs plus jeune que lui.

Une voisine du couple affirme que si on enlève la différence des deux chiffres à la somme composée de son âge, du produit des deux chiffres de son âge et de leur somme elle trouve également le nombre 100.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Concernant l'âge du mari, on a $(x + 1)(y + 12) - 12 = 100$	✓	
B. Concernant l'âge de la voisine, on a $(x + 3)(y + 10) - 30 = 100$.	✓	
C. Le mari est âgé de 72 ans.	✓	
D. On ne peut pas connaître l'âge de l'épouse.		✓

Corrigé

- **A. VRAI** – Âge $10x + y$; la condition s'écrit $10x + y + xy + (x + y) + (x - y) = 100$, soit $xy + 12x + y = 100$. Or $(x + 1)(y + 12) - 12 = xy + 12x + y + 12 - 12 = xy + 12x + y$. L'égalité est bien équivalente.
- **B. VRAI** – Pour la voisine : $10x + y + xy + (x + y) - (x - y) = xy + 10x + 3y = 100$, et $(x + 3)(y + 10) - 30 = xy + 10x + 3y$. Vrai.
- **C. VRAI** – $(x + 1)(y + 12) = 112$ avec $1 \leq x + 1 \leq 10$ et $12 \leq y + 12 \leq 21$: diviseurs possibles 14 ($y = 2$, $x = 7$: 72 ans) ou 16 ($y = 4$, $x = 6$: 64 ans). Le mari, plus âgé que son épouse, a 72 ans.
- **D. FAUX** – Les deux seuls âges possibles sont 72 et 64; l'épouse, plus jeune, a 64 ans : on connaît son âge.