

Problème mathématique

Certaines questions peuvent être traitées indépendamment. D'autres nécessitent les résultats obtenus dans les questions précédentes

Un restaurateur néophyte veut ouvrir un restaurant. Plusieurs possibilités s'offrent à lui. Il peut ouvrir un restaurant offrant une cuisine chinoise ou un restaurant offrant une cuisine italienne. Cet établissement peut être implanté en centre ville ou non. Quelle que soit la cuisine proposée, le restaurant peut être aménagé ou non pour offrir un cadre typique associé à la cuisine proposée (décor, musique, ambiance, ...).

Ne connaissant pas a priori la formule qui serait susceptible d'intéresser un maximum de personnes, il décide de faire appel à un ami pour réaliser une enquête auprès du public.

On vous communique ci-dessous le questionnaire utilisé ainsi que les résultats obtenus. Toutes les personnes interrogées ont répondu à toutes les questions.

Questionnaire :

- Aimez-vous la cuisine chinoise? OUI / NON
- Aimez-vous la cuisine italienne? OUI / NON
- Préférez-vous un restaurant au cadre typique? OUI / NON
- Préférez-vous un restaurant en centre ville? OUI / NON

Le dépouillement de cette enquête a permis d'établir les résultats suivants :

- Parmi les personnes interrogées, personne n'aime à la fois la cuisine italienne et la cuisine chinoise.
- 51 personnes aiment la cuisine chinoise. 3 d'entre-elles souhaitent un cadre non-typique et hors du centre ville.
- 60 personnes aiment la cuisine italienne. 5 d'entre-elles souhaitent un cadre non-typique et hors du centre ville.
- 103 personnes préfèrent un cadre typique. 12 parmi celles-ci ne veulent ni cuisine chinoise, ni cuisine italienne et surtout pas de restaurant en centre ville. 45 parmi les 103 préfèrent en plus du cadre typique, un restaurant italien. 33 parmi les 103 préfèrent en plus du cadre typique, un restaurant chinois.
- 92 personnes souhaitent un restaurant en centre ville dont 37 qui préfèrent la cuisine chinoise et 35 la cuisine italienne. Parmi ces 92 personnes, 7 ne veulent ni cuisine chinoise, ni cuisine italienne, ni cadre typique.
- Parmi les personnes interrogées, aucune n'a souhaité un restaurant hors centre ville, au cadre non typique et qui ne propose ni cuisine italienne ni cuisine chinoise.

Dans un souci d'éviter l'attente du client, le restaurateur décide d'étudier plus précisément l'affluence de sa clientèle en fonction du temps, dans l'heure qui suit l'ouverture.

Pour ce faire, il compte toutes les 2 minutes les commandes enregistrées. Nous ne parlerons plus que de pointages (1^{er} pointage = 2 min. après l'ouverture, 2^e pointage = 4 min. après l'ouverture, ...).

D'après cette étude, il en déduit qu'à partir de l'ouverture du restaurant, l'évolution du nombre de plats commandés dans un laps de temps de 2 minutes peut être approximé comme suit :

$y = 0,5x$, avec y étant le nombre de plats commandés dans les 2 minutes précédentes et x le numéro du pointage (1, 2, 3, ...).

Comme vous pouvez le remarquer, nous avons rendu cette fonction continue dans un but de simplification de l'analyse.

Connaissant maintenant parfaitement l'évolution des commandes, il décide de s'intéresser au nombre de plats pouvant être préparés en cuisine. Il remarque que le nombre de plats préparés dépend logiquement du nombre de cuisiniers mais également de la période à laquelle on se réfère. Il mène une étude sur la production en cuisine en fonction du temps (même méthode de pointage toutes les 2 minutes) et du nombre de cuisiniers. Il en déduit la fonction suivante :

$$z = n \times \sqrt[n+1]{x} = n \times x^{\frac{1}{n+1}}$$

avec z nombre de plats préparés dans les 2 minutes précédentes, n le nombre de cuisiniers présents et x le numéro du pointage (1, 2, 3, ...).

Question 23

À partir des informations précédentes, on peut conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Au 5 ^e pointage, au moins 4 plats ont été commandés dans les 4 minutes qui précèdent.	✓	
B. De l'ouverture au 24 ^e pointage, plus de 200 plats ont été commandés.		✓
C. Au 16 ^e pointage, si 3 cuisiniers sont présents, 6 plats seront préparés dans les 2 minutes précédentes.	✓	
D. De l'ouverture au 16 ^e pointage, si 3 cuisiniers sont présents, ils prépareront plus de 50 plats.	✓	

Corrigé

- A. **VRAI** – Les 4 minutes précédant le 5^e pointage couvrent les pointages 4 et 5 : $0,5 \cdot 4 + 0,5 \cdot 5 = 4,5 \geq 4$ (en continu, $\int_3^5 0,5x \, dx = 4$, également au moins 4).
- B. **FAUX** – Somme des 24 pointages : $0,5 \cdot (1 + \dots + 24) = 0,5 \cdot 300 = 150$ (en continu $\int_0^{24} 0,5x \, dx = 144$) : moins de 200.
- C. **VRAI** – $z = 3 \cdot 16^{1/4} = 3 \cdot 2 = 6$ plats.
- D. **VRAI** – $\sum_{x=1}^{16} 3x^{1/4} \approx 78,8$ (en continu $\int_0^{16} 3x^{1/4} \, dx = 76,8$) : plus de 50 plats.