

Mathématiques

Question 17

Soit le système S de trois équations où x, y sont deux inconnues réelles et a un paramètre réel.

$$\begin{cases} ax + y = 1 \\ x + ay = 1 \\ x + 2y = a - 1 \end{cases}$$

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Si $a = \frac{1}{2}$ alors le système S n'a pas de solution.	✓	
B. Si $a \neq \frac{1}{2}$ alors le système S admet une infinité de solutions.		✓
C. Si a est égal à 1, 2 ou -2 , le système S admet une solution unique.	✓	
D. Si $a = 1$, le système S admet comme solution le couple $(2; -1)$.	✓	

Corrigé

- **A. VRAI** – Pour $a \neq \pm 1$, les deux premières équations donnent $x = y = 1/(a+1)$; la troisième impose $3/(a+1) = a - 1$, soit $a^2 = 4$. Pour $a = 1/2$, incompatible : pas de solution.
- **B. FAUX** – Le système n'a jamais une infinité de solutions : les deux premières équations sont indépendantes sauf $a = \pm 1$ ($a = 1$ donne $x + y = 1$ puis avec la 3e une solution unique, $a = -1$ est incompatible).
- **C. VRAI** – $a = 1$: $x + y = 1$ et $x + 2y = 0$ donnent $(2; -1)$, unique. $a = \pm 2$: $x = y = 1/(a+1)$ vérifie la 3e ($a^2 = 4$), unique.
- **D. VRAI** – $a = 1$: $y = -1$, $x = 2$, et $2 - 2 = 0 = a - 1$. Solution $(2; -1)$.