

Mathématiques

Question 14

Soit la fonction f définie par $f(x) = x^2 \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right|$ et F sa courbe représentative.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. L'ensemble de définition de f est l'ensemble des réels privé de -1 et 1 .	✓	
B. La fonction f est impaire, x appartenant à l'ensemble de définition.	✓	
C. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$.		✓
D. La droite D d'équation $y = 2x$ est une asymptote à la courbe F quand x tend vers $+\infty$.	✓	

Corrigé

- **A. VRAI** – Il faut $\frac{1+x}{1-x}$ défini et non nul : $x \neq 1$ et $x \neq -1$. Domaine = $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.
- **B. VRAI** – $f(-x) = x^2 \ln \left| \frac{1-x}{1+x} \right| = -x^2 \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| = -f(x)$, domaine symétrique : f impaire.
- **C. FAUX** – Quand $x \rightarrow 1$, $x^2 \rightarrow 1$ et $\left| \frac{1+x}{1-x} \right| \rightarrow +\infty$ donc $f(x) \rightarrow +\infty$, pas 0 .
- **D. VRAI** – Pour $x > 1$, avec $t = 1/x$: $\ln \frac{1+t}{1-t} = 2t + \frac{2t^3}{3} + \dots$, donc $f(x) = 2x + \frac{2}{3x} + \dots$ et $f(x) - 2x \rightarrow 0$: $y = 2x$ est asymptote en $+\infty$.