

Mathématiques

Question 11

On considère l'équation suivante $(E) : \sqrt{m-x} + \sqrt{m+x} = x$, où $x \in \mathbb{R}$ et m est un paramètre réel donné et $m > 0$.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Si $-m \leq x \leq m$, l'équation (E) est bien définie.	✓	
B. Si $0 \leq x \leq m$, l'équation (E) est équivalente à l'équation suivante : $2\sqrt{m-x}\sqrt{m+x} = x^2 - 2m$.	✓	
C. Si $m = 1$ alors l'équation (E) n'admet pas de solution.	✓	
D. Si $0 < m < 1$ alors l'équation (E) admet comme unique solution : $2\sqrt{1-m}$.		✓

Corrigé

- **A. VRAI** – Les racines exigent $m - x \geq 0$ et $m + x \geq 0$, soit $-m \leq x \leq m$.
- **B. VRAI** – Pour $0 \leq x \leq m$, les deux membres sont positifs et on peut élever au carré : $2m + 2\sqrt{m-x}\sqrt{m+x} = x^2$, soit $2\sqrt{m-x}\sqrt{m+x} = x^2 - 2m$; réciproquement si $x \geq 0$, l'équivalence tient.
- **C. VRAI** – En élevant encore au carré : $4(m^2 - x^2) = x^4 - 4mx^2 + 4m^2$ soit $x^2(x^2 - 4(m-1)) = 0$. Pour $m = 1$, seule $x = 0$, qui ne vérifie pas (E) ($2\sqrt{m} \neq 0$) : pas de solution.
- **D. FAUX** – Pour $0 < m < 1$, $x^2 = 4(m-1) < 0$ est impossible et $x = 0$ ne convient pas : aucune solution (de plus $2\sqrt{1-m}$ n'est même pas dans $[-m; m]$ en général). Une solution n'existe que pour $m \geq 2$.