

Mathématiques

Question 8

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{\ln(x^2 + 1)}{\ln(x^2)}$ où $\ln$ désigne le logarithme népérien.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. L'ensemble de définition de la fonction f est l'ensemble $]0 ; +\infty[$.		✓
B. La fonction f peut être reformulée de la façon suivante : $f(x) = 1 + \frac{1}{\ln(x^2)} \ln\left(\frac{1}{x^2} + 1\right).$	✓	
C. La courbe représentative de la fonction f est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.	✓	
D. L'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution sur l'ensemble de définition.		✓

Corrigé

- A. **FAUX** – Il faut $x^2 > 0$ ($x \neq 0$) et $\ln(x^2) \neq 0$ ($x \neq \pm 1$) : l'ensemble de définition est $\mathbb{R}$ privé de $-1, 0$ et 1 , pas $]0 ; +\infty[$.
- B. **VRAI** – $1 + \frac{\ln(1/x^2 + 1)}{\ln x^2} = \frac{\ln x^2 + \ln \frac{1+x^2}{x^2}}{\ln x^2} = \frac{\ln(1+x^2)}{\ln x^2} = f(x).$
- C. **VRAI** – $f(-x) = f(x)$ (ne dépend que de x^2) : fonction paire, courbe symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- D. **FAUX** – $f(x) = 0$ exige $\ln(x^2 + 1) = 0$ soit $x = 0$, exclu du domaine : aucune solution.