

Mathématiques

Question 7

On considère la fonction f définie par : $f(x) = 2x\sqrt{4-x}$ et T la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse $x = 0$.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.	✓	
B. Pour tout $x < 4$ on a $f'(x) = \frac{8-3x}{\sqrt{4-x}}$ où f' est la fonction dérivée de f .	✓	
C. Pour tout $x \in]-\infty ; 4]$ on a $f(x) \leq \frac{32\sqrt{3}}{9}$.	✓	
D. La courbe représentative de la fonction f est au dessus de la droite T.		✓

Corrigé

- A. **VRAI** – Quand $x \rightarrow -\infty$, $2x \rightarrow -\infty$ et $\sqrt{4-x} \rightarrow +\infty$, donc $f(x) \rightarrow -\infty$.
- B. **VRAI** – $f'(x) = 2\sqrt{4-x} - \frac{x}{\sqrt{4-x}} = \frac{2(4-x)-x}{\sqrt{4-x}} = \frac{8-3x}{\sqrt{4-x}}$ pour $x < 4$.
- C. **VRAI** – f' s'annule en $x = 8/3$ (maximum) : $f(8/3) = \frac{16}{3}\sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{32}{3\sqrt{3}} = \frac{32\sqrt{3}}{9}$, majorant sur $] -\infty ; 4]$.
- D. **FAUX** – $f(0) = 0$, $f'(0) = 4$: T a pour équation $y = 4x$. $f(x) - 4x = 2x(\sqrt{4-x} - 2)$ est négatif pour $x > 0$ (racine < 2) comme pour $x < 0$ (racine > 2) : la courbe est en dessous de T.