

pondération 2

Question 18

Soit f la fonction définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Pour tout x appartenant à l'ensemble $\mathbb{R}$ on a : $f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$.	✓	
B. La courbe représentative de la fonction f est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.		✓
C. Pour tout x appartenant à l'ensemble $\mathbb{R}$ on a : $f'(x) = 1 - (f(x))^2$ où f' est la fonction dérivée de f .	✓	
D. L'intégrale $\int_2^3 f(x) dx$ vaut $\ln\left(\frac{e^3 - e^{-3}}{e^2 + e^{-2}}\right)$.		✓

Corrigé

- **A. VRAI** – En multipliant numérateur et dénominateur par e^x : $f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$.
- **B. FAUX** – $f(-x) = -f(x)$: f est impaire, la courbe est symétrique par rapport à l'origine, pas à l'axe des ordonnées.
- **C. VRAI** – Avec $u = e^x + e^{-x}$, $u' = e^x - e^{-x}$: $f = u'/u$, $f' = \frac{u''u - u'^2}{u^2} = 1 - \frac{u'^2}{u^2} = 1 - f^2$ car $u'' = u$.
- **D. FAUX** – Une primitive est $\ln(e^x + e^{-x})$, donc $\int_2^3 f = \ln \frac{e^3 + e^{-3}}{e^2 + e^{-2}} \approx 0,9843$; l'expression proposée avec $e^3 - e^{-3}$ vaut $\approx 0,9794$.