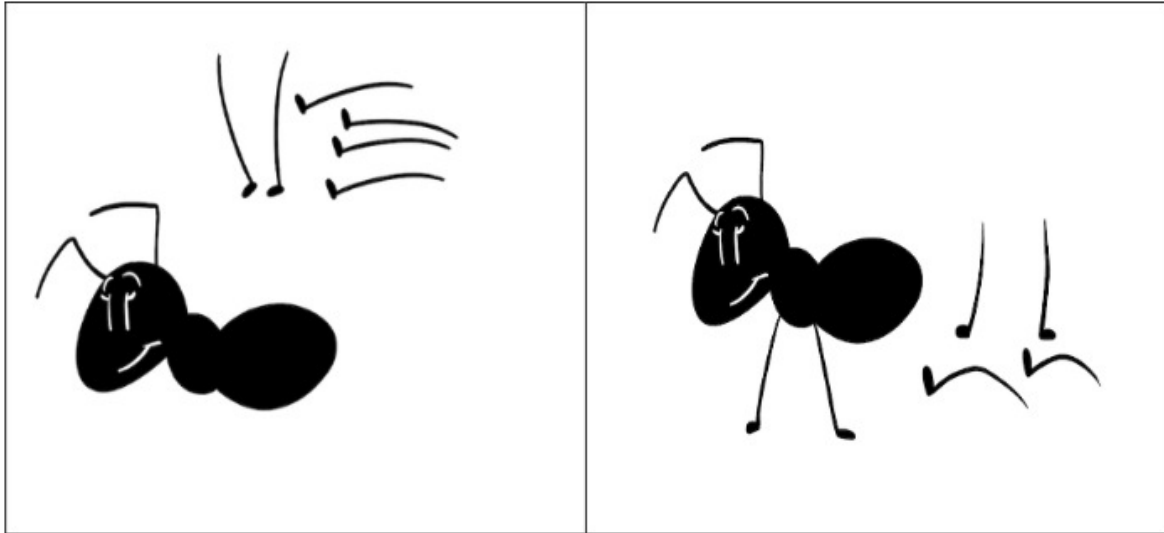


Un enseignant de grande section propose à ses élèves un jeu pour travailler la décomposition et la recomposition de nombres. Le jeu se compose de deux dés cubiques équilibrés et de corps de fourmis à compléter avec des pattes comme sur le dessin ci-dessous.



Sur les six faces du premier dé sont inscrits les nombres suivants : 1; 1; 2; 3; 4 et 5.

Sur les six faces du deuxième dé sont inscrits les nombres suivants : 1; 2; 3; 4; 5 et 5.

On donne à chaque élève un corps de fourmi et 6 pattes à fixer sur le corps.

Au début de la partie, chaque élève choisit un nombre compris entre 2 et 10 . Ce nombre reste le même durant toute la partie. À tour de rôle, chaque élève joue. Il lance les deux dés :

- si la somme des nombres inscrits sur les faces supérieures des deux dés est égale au nombre choisi par cet élève, alors celui-ci fixe une patte à sa fourmi et relance les dés.
- sinon, c'est au joueur suivant de lancer les dés.

Il donne ensuite les dés au joueur suivant.

La partie se termine lorsqu'un élève a gagné, en fixant les six pattes de sa fourmi.

1. Un élève choisit un nombre et lance les dés.

(a) Quelles sont les différentes sommes qu'il peut obtenir ?

(b) Montrer que la probabilité qu'il obtienne 8 est égale à $\frac{4}{36}$.

2. Un autre élève choisit le nombre 6 et lance les dés.

(a) Quelle est la probabilité qu'il gagne une patte pour sa fourmi dès son premier lancer ?

(b) Quelle est la probabilité qu'il gagne deux pattes pour sa fourmi en 2 lancers ?

3. Eden et Axelle commencent une partie. Eden choisit le nombre 6 et Axelle choisit un autre nombre.

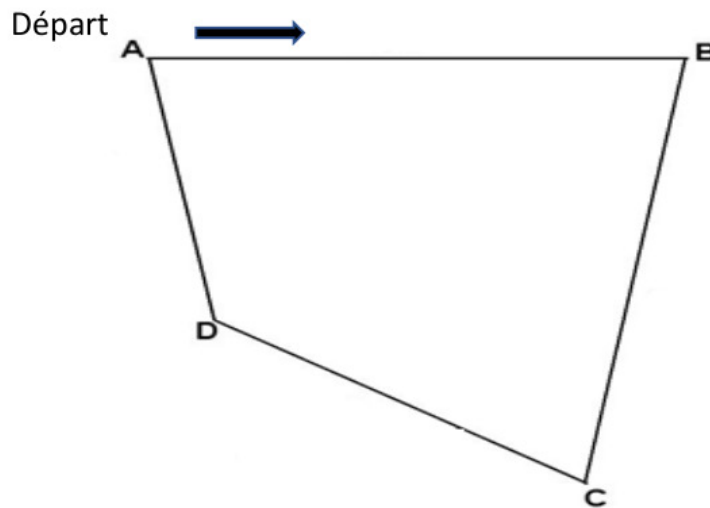
(a) Qui a le plus de chance de gagner la partie? Justifier.

(b) Eden est-il sûr de gagner la partie? Justifier.

Dans le cadre d'une liaison écoles-collège, une professeure d'EPS et une professeure des écoles organisent une course à vélo dont le parcours est composé de quatre tronçons en ligne droite.

La figure ci-dessous représente le parcours et n'est pas à l'échelle. Les élèves partent du point A et tournent dans le sens des aiguilles d'une montre. Les dimensions sont les suivantes :

$$AB = 960 \text{ m}, BC = 1,05 \text{ km}, CD = 780 \text{ m} \text{ et } AD = 660 \text{ m}.$$

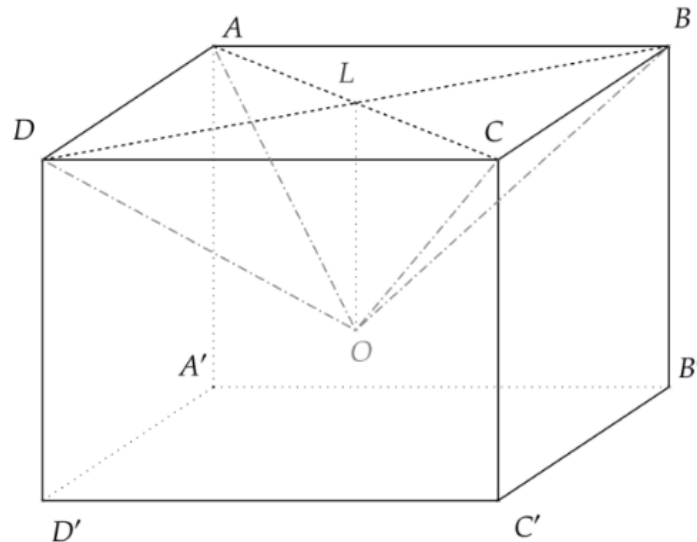


1. Montrer que le parcours a pour longueur 3 450 m.
2. Durant l'épreuve, Léo a réalisé, en 48 minutes, 2 tours complets et un tiers de tour du parcours.
 - (a) Déterminer la distance parcourue par Léo.
 - (b) Donner la vitesse moyenne de Léo en km/h.
 - (c) En gardant la même vitesse moyenne, Léo aura-t-il parcouru 15 km en moins d'une heure et demie? Justifier.
3. Une épreuve en relais est ensuite proposée. Tara parcourt les distances AB et BC à une vitesse moyenne de 10 km/h et Kevin parcourt les distances CD et DA à une vitesse moyenne de 6 km/h.
Quelle est la vitesse moyenne de ce binôme sur l'ensemble du parcours ? Justifier.
4. (a) La diagonale $[BD]$ mesure 1,05 km. Représenter le parcours à l'échelle $\frac{1}{20\,000}$.
(b) Amina a roulé à vélo pendant 25 minutes à une vitesse moyenne de 11,5 km/h.
Placer sur la figure tracée à la question 4.a. le point S à l'endroit où se trouve Amina au bout de sa course. Justifier.

On considère un pavé droit $ABCD A' B' C' D'$ avec $DD' = 5$ cm ; $DC = 6$ cm et $DA = 7$ cm.

On note L le point d'intersection des diagonales $[AC]$ et $[BD]$.

On souhaite creuser ce pavé, en retirant une pyramide $OABCD$ de hauteur $[OL]$.



Partie A

Dans cette partie, on suppose que $OL = 4$ cm.

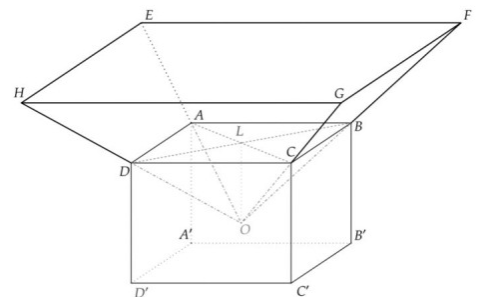
- Montrer que $AL \approx 4,6$ cm.
- Construire le triangle ALO en vraie grandeur.
- (a) Calculer le volume de la pyramide $OABCD$.

On rappelle que le volume d'une pyramide est égal au tiers du produit de l'aire de sa base par sa hauteur.

- Calculer le volume du pavé creusé.

Partie B

Dans cette partie, on pose $OL = x$, où x est un nombre compris entre 0 et 5. Le pavé creusé que l'on obtient est le socle en bois d'un trophée. Sur ce socle, on pose une pyramide en verre $OEFGH$ qui est un agrandissement de la pyramide $OABCD$ de rapport 2.

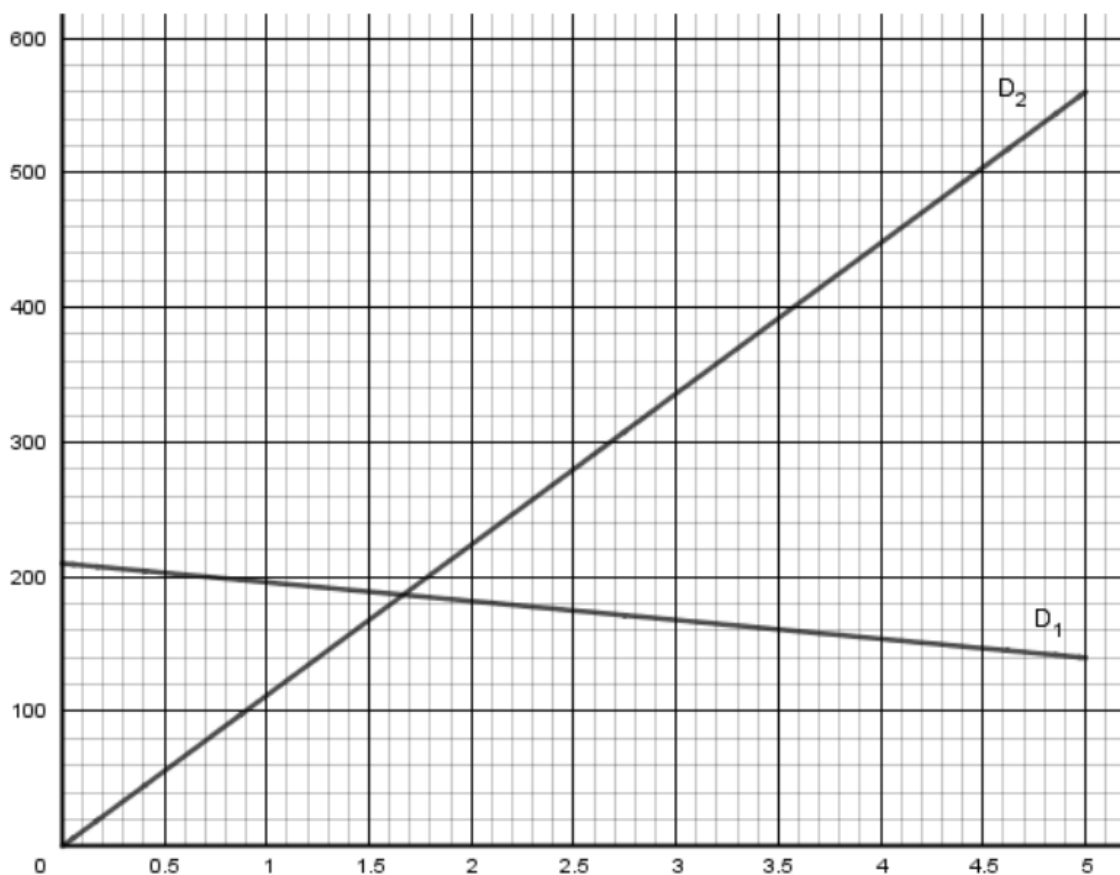


- Exprimer le volume de la pyramide $OABCD$ en fonction de x .
- Montrer que le volume du socle en bois est $210 - 14x$.

3. Montrer que le volume de la pyramide en verre $OEFGH$ est $112x$.
4. Quelle valeur choisir pour x , pour que le volume de la pyramide en verre soit égal au double du volume du socle en bois ?
5. On considère les fonctions f et g définies pour tout x compris entre 0 et 5 par :

$$f(x) = 210 - 14x \text{ et } g(x) = 112x$$

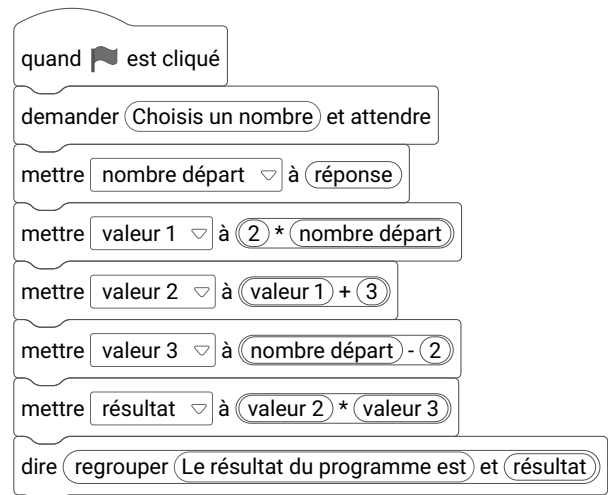
On a représenté dans un repère orthogonal ces deux fonctions.



- (a) Déterminer quelle fonction (f ou g) est représentée par chacune des droites D_1 et D_2 ? Justifier.
- (b) Déterminer avec la précision permise par le graphique les valeurs de x pour lesquelles le volume du socle en bois est inférieur ou égal au volume de la pyramide en verre.
- (c) Retrouver le résultat précédent en posant puis en résolvant une inéquation.

1. Adam a réalisé le programme ci-contre à l'aide du logiciel Scratch.

- Montrer que si le nombre de départ est 3, le résultat est égal à 9.
- Quel est le résultat donné par le programme si le nombre de départ est 2,4 ?
- Soit x le nombre de départ. Montrer que le programme d'Adam retourne le nombre $2x^2 - x - 6$.



3. Pauline propose le programme de calcul suivant.

Choisis un nombre
 Élève-le au carré
 Soustrais 3.
 Multiplie par 2.
 Soustrais le nombre de départ.

- Montrer que si le nombre de départ est 3, le résultat obtenu est égal à 9.
 - Quel est le résultat donné par le programme si le nombre de départ est $\frac{7}{3}$?
- Montrer que, pour un même nombre de départ, les programmes de calcul d'Adam et Pauline donnent le même résultat.
 - Déterminer le ou les nombres de départ possibles pour que les résultats des programmes de calcul soient nuls. Justifier.
 - Adam souhaite automatiser les calculs de son programme pour les entiers naturels. Il utilise un tableur dont la copie d'écran est donnée ci-dessous. Quelle formule doit-il saisir dans la case B2 pour qu'il puisse l'étirer vers le bas sur l'ensemble de la colonne ?

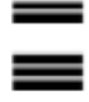
	A	B
	Nombre de départ	Résultat du programme
1		
2	1	-5
3	2	0
4	3	9
5	4	22
6	5	39

En Amérique centrale, les Mayas utilisaient un système de numération comprenant trois signes.

Le point	•
Le trait	—
La coquille	

Le signe « coquille » indique l'absence de quantité.

Quelques correspondances entre écriture Maya et écriture décimale sont données dans le tableau ci-dessous :

 3	 7	 15	 20
 37	 62	 120	 215

- Donner la valeur du signe « point » et celle du signe « trait » dans l'écriture de 7 ?
- Le système maya est un système vigésimal (système qui a pour base 20). Donner l'écriture maya du nombre 21.
- Justifier l'écriture maya du nombre 37.
- Donner l'écriture des deux nombres suivants dans notre système de numération.

(a)



(b)



- Donner l'écriture maya du nombre 25.
 - Donner l'écriture maya du nombre 101.
 - Le système de numération maya est qualifié, tout comme le système de numération que nous utilisons, de système positionnel. Expliquer pourquoi.