

A - Boisson à base de sirop

1) Calcul de volumes respectant la composition de la boisson

1) a) Volume de boisson avec 5 cL de sirop

Pour réaliser la boisson, il faut mélanger un volume de sirop pour sept volumes d'eau.

Avec 5 cL de sirop, on doit ajouter $5 \text{ cL} \times 7 = 35 \text{ cL}$ d'eau.

Au total, on obtient $35 \text{ cL} + 5 \text{ cL} = 40 \text{ cL}$ de boisson.

Avec 5 cL de sirop, le volume de boisson obtenu est 40 cL.

2) b) Volume de sirop pour 24 cL de boisson

La boisson contient 1 volume de sirop et 7 volumes d'eau soit 1 volume de sirop pour 8 volumes en tout.

Pour 24 cL de boisson, le volume de sirop est donc $\frac{24 \text{ cL}}{8} = 3 \text{ cL}$ (ou encore $24 \text{ cL} = 3 \text{ cL} + 3 \text{ cL} \times 7$).

Pour obtenir 24 cL de boisson, il faut 3 cL de sirop.

2) Pourcentage du volume de la boisson représenté par le volume de sirop

Le volume V de la boisson est proportionnel au volume v de sirop.

Comme indiqué dans la réponse à la question précédente, si le volume V de la boisson contient 8 volumes v alors il contient 1 volume v de sirop.

Le volume v de sirop représente donc un huitième du volume V de la boisson.

$$\frac{1}{8} = 0,125, \text{ soit } 12,5 \%$$

Le volume v de sirop représente 12,5 % du volume V de la boisson.

B - Des verres cylindriques

1) Contenance du verre

Le volume du cylindre est donné par la formule :

$$V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}.$$

La base du cylindre est un disque et l'aire d'un disque est donnée par la formule :

$$A = \pi \times \text{rayon}^2.$$

Le volume d'un cylindre de hauteur 10,5 cm et de diamètre 6 cm (rayon 3 cm) est donné par la formule :

$$V = \pi \times \left(\frac{6 \text{ cm}}{2}\right)^2 \times 10,5 \text{ cm} = \pi \times 9 \text{ cm}^2 \times 10,5 \text{ cm} = 94,5 \pi \text{ cm}^3.$$

On a $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$ donc $100 \text{ cL} = 1000 \text{ cm}^3$, soit $1 \text{ cm}^3 = \frac{1}{10} \text{ cL}$.

La contenance du verre est donc $94,5 \pi \times \frac{1}{10} \text{ cL} = 9,45 \pi \text{ cL}$, soit environ 29,688 cL.

La contenance du verre est bien environ 29,7 cL.

2) Boisson composée de 3 cL de sirop

2) a) Hauteur de la marque correspondant au volume de sirop

Comme on l'a vu à la question précédente, on a $1 \text{ cL} = 10 \text{ cm}^3$, soit $3 \text{ cL} = 30 \text{ cm}^3$.

Méthode 1

Le sirop versé prend la forme du verre, on cherche donc la hauteur h_s d'un cylindre de rayon 3 cm.

Son volume est $V_s = \pi \times (3 \text{ cm})^2 \times h_s$, il est égal à 30 cm^3 .

On a $V_s = 30 \text{ cm}^3$

soit $\pi \times (3 \text{ cm})^2 \times h_s = 30 \text{ cm}^3$

donc $h_s = \frac{30 \text{ cm}^3}{\pi \times 9 \text{ cm}^2} = \frac{10}{3\pi} \text{ cm}$ soit $h_s \approx 1,061 \text{ cm}$.

Méthode 2

Le verre étant cylindrique, le volume de liquide contenu est proportionnel à sa hauteur dans le verre.

Pour une hauteur de 10,5 cm, le volume du verre est 29,7 cL environ.

Pour 3 cL de sirop, la hauteur sera donc $\frac{3 \text{ cL} \times 10,5 \text{ cm}}{29,7 \text{ cL}} \approx 1,061 \text{ cm}$.

La marque doit être positionnée à une hauteur de 1,1 cm (au mm près).

2) b) Hauteur de la marque correspondant au volume total de la boisson

Méthode 1 : utilisation de la proportionnalité

Le verre étant cylindrique, le volume de liquide contenu est proportionnel à sa hauteur dans le verre.

Le volume total de la boisson représente 8 fois le volume du sirop.

Sa hauteur h_b dans le verre est donc 8 fois la hauteur h_s du sirop.

Si la hauteur de sirop dans le verre est $h_s = \frac{10}{3\pi} \text{ cm}$, celle de la boisson est $h_b = 8 \times h_s$.

On a donc $h_b = \frac{80}{3\pi} \text{ cm} \approx 8,488 \text{ cm}$.

Remarque

Pour obtenir la valeur approchée au mm près de la hauteur de la marque correspondant au volume total de la boisson, on doit utiliser la valeur exacte de la hauteur trouvée à la question précédente (et non la valeur approchée). Dans le cas contraire, on augmenterait l'imprécision du résultat car on multiplierait par 8 l'écart entre la valeur exacte et la valeur approchée.

Méthode 2 : calcul à partir du volume

Avec un volume de sirop de 3 cL, on obtient un volume total de boisson de 24 cL. (voir question 1) b) de la partie A).

Son volume est $V_b = \pi \times (3 \text{ cm})^2 \times h_b$, il est égal à 240 cm^3 .

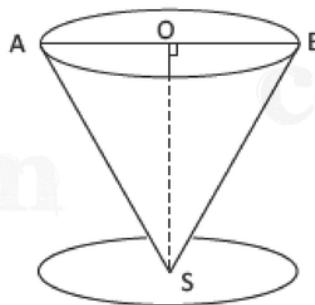
On a $V_b = 240 \text{ cm}^3$

soit $\pi \times (3 \text{ cm})^2 \times h_b = 240 \text{ cm}^3$

donc $h_b = \frac{240 \text{ cm}^3}{\pi \times 9 \text{ cm}^2} = \frac{80}{3\pi} \text{ cm} \approx 8,488 \text{ cm}$.

La marque correspondant au volume total de la boisson doit être positionnée à une hauteur de 8,5 cm (au mm près).

C - Des verres coniques



1) Hauteur SO

O est le milieu de [AB] donc $OB = \frac{AB}{2} = \frac{12 \text{ cm}}{2} = 6 \text{ cm}$.

Selon la description, le triangle SOB est rectangle en O.

D'après le théorème de Pythagore, appliqué au triangle SOB, on a $OB^2 + SO^2 = SB^2$

donc $SO^2 = SB^2 - OB^2$

soit $SO^2 = (10 \text{ cm})^2 - (6 \text{ cm})^2 = 100 \text{ cm}^2 - 36 \text{ cm}^2 = 64 \text{ cm}^2$.

On a donc $SO = 8 \text{ cm}$.

La hauteur SO d'un verre conique est 8 cm.

2) Volume maximal de boisson dans un verre conique

Le volume du cône est donné par la formule $V = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$.

Le verre a la forme d'un cône de rayon 6 cm et de hauteur 8 cm.

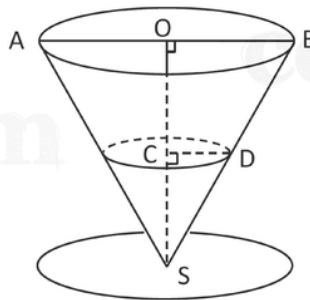
La base du cône est un disque de rayon 6 cm. Son aire est $\pi \times (6 \text{ cm})^2$.

Le volume $V_{\text{cône}}$ de ce cône est donc donné par la formule $V_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \times \pi \times (6 \text{ cm})^2 \times 8 \text{ cm}$.

On a donc $V_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \times \pi \times 36 \text{ cm}^2 \times 8 \text{ cm} = 96\pi \text{ cm}^3$.

Or $96\pi \text{ cm}^3 = \frac{96\pi}{10} \text{ cL} = 9,6\pi \text{ cL}$ soit environ 30,159 cL.

Le volume maximal de boisson contenue dans un verre conique est 30,2 cL, arrondi au dixième près.

3) a) Expression de r en fonction de h 

(CD) est perpendiculaire à (OS) et (OB) est perpendiculaire à (OS), on peut donc en déduire que les droites (CD) et (OB) sont parallèles.

De plus, les points S, C et O sont alignés dans cet ordre et les points S, D et B sont alignés dans cet ordre.

On peut donc appliquer le théorème de Thalès et on a $\frac{SC}{SO} = \frac{SD}{SB} = \frac{CD}{OB}$.

$\frac{SC}{SO} = \frac{CD}{OB}$ donc $\frac{h}{8 \text{ cm}} = \frac{r}{6 \text{ cm}}$.

Ainsi, $r = \frac{6}{8} h$ donc $r = \frac{3}{4} h$.

L'expression de r en fonction de h est $r = \frac{3}{4} h$.

3) b) Calcul du volume du petit cône

Le petit cône a pour hauteur h et pour rayon du disque de base r .

Son volume est donc $v = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$.

On a vu que $r = \frac{3}{4} h$.

On a donc $v = \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{3}{4} h\right)^2 \times h$ soit $v = \frac{1}{3} \times \pi \times \frac{9}{16} h^2 \times h$.

Et donc $v = \frac{1}{16} \times \pi \times h^3$.

On obtient bien $v = \frac{3\pi}{16} h^3$.

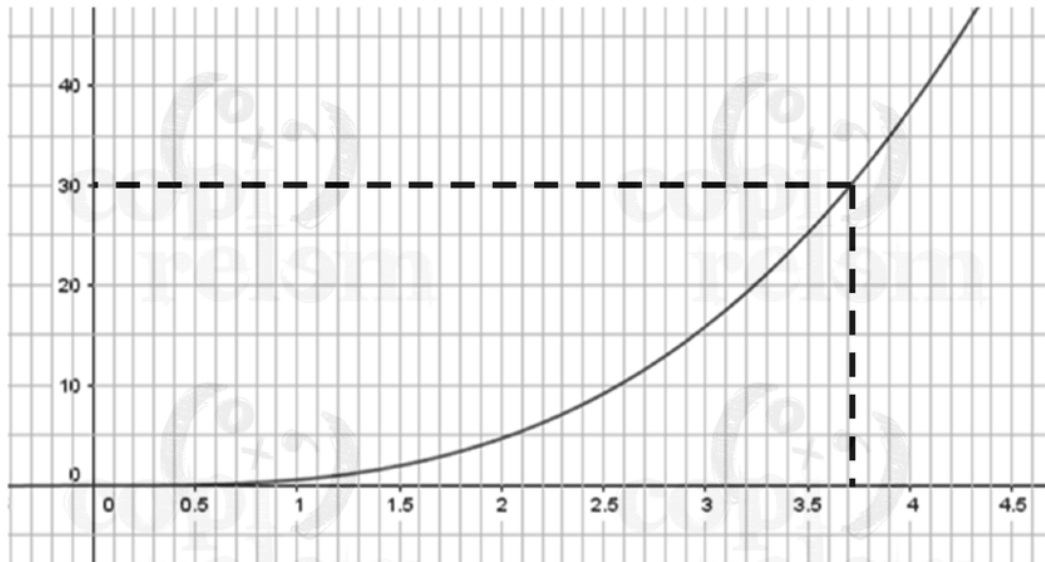
3) c) Utilisation de la représentation graphique pour trouver une hauteur

Sur la représentation de la fonction f qui à x associe $\frac{3}{16}x^3$, on peut donc lire en ordonnées le volume v (en cm^3) et en abscisses la hauteur h (en cm) correspondante.

Pour lire la hauteur associée à un volume donné, le volume doit être exprimé en cm^3 .

$$3 \text{ cL} = 30 \text{ cm}^3.$$

Sur la courbe, on repère le point d'ordonnée 30 et on lit son abscisse : c'est la mesure de la hauteur, en cm, correspondant à un volume de 3 cL dans le verre.



On lit sur le graphique une hauteur d'environ 3,7 cm.

Pour un volume dans le verre de 3 cL, la hauteur est environ 3,7 cm .

3) d) Calcul de la longueur DS

Méthode 1 : utilisation du théorème de Pythagore

Le triangle DCS est rectangle en C, on peut appliquer le théorème de Pythagore.

On a : $DS^2 = CD^2 + CS^2$ avec $CD = r$ et $CS = h$.

$$\text{De plus, } r = \frac{3}{4}h.$$

$$\text{Donc } DS^2 = \left(\frac{3}{4}h\right)^2 + h^2$$

$$\text{soit } DS^2 = \frac{9}{16}h^2 + \frac{16}{16}h^2 = \frac{25}{16}h^2.$$

$$\text{Ainsi } DS = \sqrt{\frac{25}{16}h^2} = \frac{5h}{4}.$$

$$\text{Avec } h \approx 3,7 \text{ cm, on trouve } DS \approx \frac{5 \times 3,7 \text{ cm}}{4} \text{ donc } DS \approx 4,6 \text{ cm.}$$

Méthode 2 : utilisation du théorème de Thalès

$$\text{D'après la question 3) a), on a } \frac{SC}{SO} = \frac{SD}{SB} = \frac{CD}{OB}.$$

$$\text{On a donc } SD = \frac{SC \times SB}{SO} \text{ avec } SC = h \text{ (soit environ 3,7 cm), } SB = 10 \text{ cm et } SO = 8 \text{ cm.}$$

$$\text{Ainsi, } SD \approx \frac{3,7 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}}{8 \text{ cm}} \text{ c'est-à-dire } SD \approx 4,6 \text{ cm.}$$

Pour un volume de sirop de 3 cL, la longueur DS est bien environ 4,6 cm.

3) e) Affirmation de Vincent

Méthode 1 : utilisation des rapports d'agrandissement

Dans le verre, les parties occupées par le sirop et la boisson sont des cônes semblables (celui de la boisson est un agrandissement de celui du sirop). Si, dans un agrandissement, les longueurs sont dans un rapport k , les volumes sont dans un rapport k^3 (les aires sont dans un rapport k^2).

Ici, si on double la hauteur du cône représentant le sirop, le volume de celui représentant la boisson sera multiplié par $2^3 = 8$. Vincent a donc raison, la boisson contiendrait bien alors 1 volume de sirop pour 8 volumes en tout, ou encore 1 volume de sirop pour 7 volumes d'eau.

Méthode 2 : vérification par calcul du volume

On a vu précédemment que $v_1 = \frac{3\pi}{16} h_1^3$ (volume v de liquide dans le verre selon la hauteur h du liquide).

Calculons le volume v_2 de liquide dans le verre pour une hauteur h_2 doublée ($h_2 = 2h_1$).

On a : $v_2 = \frac{3\pi}{16} h_2^3 = \frac{3\pi}{16} (2h_1)^3 = \frac{3\pi}{16} 2^3 \times h_1^3 = 2^3 \times \frac{3\pi}{16} h_1^3 = 2^3 \times v_1 = 8 \times v_1$.

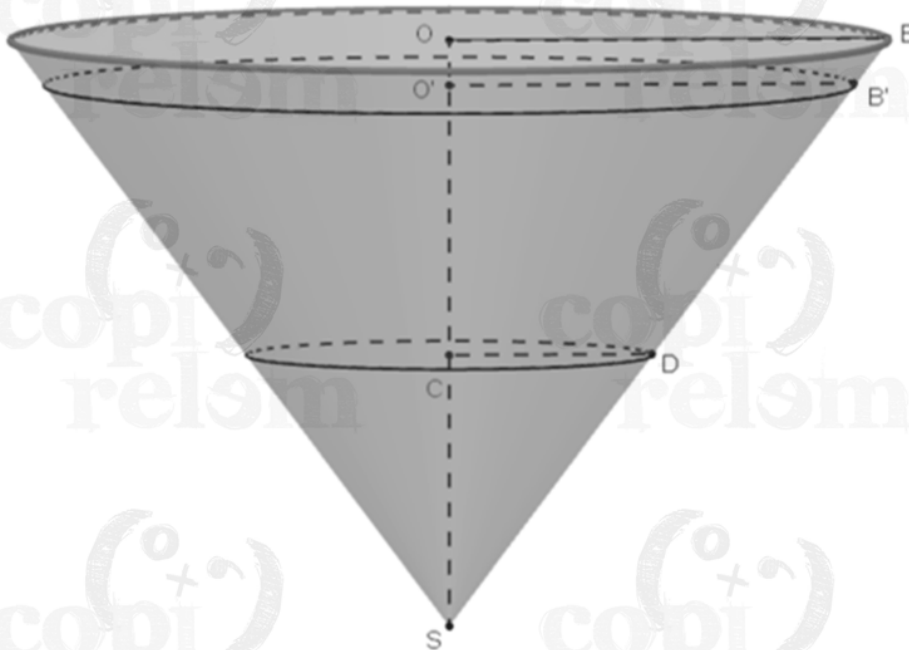
Vincent a raison, $v_2 = 8 \times v_1$.

L'affirmation de Vincent est vraie.

3) f) Position de la marque repérant le volume total de boisson

Remarque

Bien que non indiqué explicitement, la question semble porter sur un volume de boisson obtenue avec un volume de sirop de 3 cL.



Considérons la hauteur du sirop SC et la hauteur de la boisson SO' .

Comme dans la question 3) a), on peut appliquer le théorème de Thalès et on a :

$$\frac{SC}{SO'} = \frac{SD}{SB'} = \frac{CD}{O'B'}$$

On a de plus : $\frac{SC}{SO'} = \frac{1}{2}$ donc $\frac{SD}{SB'} = \frac{1}{2}$.

D'où $SB' = 2 SD$ soit $SB' \approx 2 \times 4,6 \text{ cm}$ ou encore $SB' \approx 9,2 \text{ cm}$.

La marque repérant le volume total de la boisson doit être placée à environ 9,2 cm de S sur le segment $[SB]$.

D - Comparaison des deux verres

1) Identification des représentations

Méthode 1 : utilisation de résultats précédents

Lors des questions précédentes, il a été démontré que, pour le verre conique, si on double la hauteur de liquide dans le verre, on multiplie par 8 son volume. Il n'y a donc pas une relation de proportionnalité entre la hauteur de liquide et son volume, la représentation graphique associée au verre conique n'est donc pas une droite passant par l'origine du repère. Pour le verre cylindrique, il y a une relation de proportionnalité entre la hauteur de liquide dans le verre et son volume, la représentation graphique est donc une droite passant par l'origine du repère.

Méthode 2 : utilisation de valeurs numériques

Pour le verre cylindrique, un volume d'environ 29,7 cL de boisson correspond à une hauteur de 10,5 cm. Le point de coordonnées (10,5 ; 29,7) est un point de la droite C_1 (et pas de C_2), on peut donc en conclure que la représentation graphique C_1 correspond au verre cylindrique. Par conséquent, C_2 correspond au verre conique.

De la même façon, on aurait pu choisir des valeurs pour le verre conique. Pour un volume dans le verre de 3 cL, la hauteur est environ 3,7 cm. Le point de coordonnées (3,7 ; 3) est un point de la courbe C_2 (et pas de C_1), on peut donc en conclure que la représentation graphique C_2 correspond au verre conique. Par conséquent, C_1 correspond au verre cylindrique.

Remarque

L'allure de la courbe donnée en partie C permet de conclure directement que C_2 correspond au verre conique (c'est une courbe alors que C_1 est une droite).

La représentation graphique C_1 correspond au verre cylindrique et la représentation graphique C_2 correspond au verre conique.

2) Point d'intersection des deux courbes

Par lecture graphique, le point d'intersection des deux courbes (différent de l'origine du repère) a approximativement pour coordonnées (6,9 ; 19). Cela signifie que pour une même hauteur de liquide, les verres contiennent le même volume de boisson.

Pour une hauteur de liquide de 6,9 cm environ, les deux verres contiennent le même volume de liquide, environ 19 cL.

a) Comparaison de vitesses

Méthode 1 : calcul de la vitesse de la balle en km/h et comparaison avec la vitesse du train

La vitesse de la balle de tennis est :

$$v_b = \frac{23 \text{ m}}{0,46 \text{ s}} = \frac{\frac{23}{1\,000} \text{ km}}{\frac{0,46}{3\,600} \text{ h}} = \frac{23}{1\,000} \times \frac{3\,600}{0,46} \text{ km/h} = \frac{23 \times 3\,600}{46 \times 10} \text{ km/h} = \frac{3\,600}{2 \times 10} \text{ km/h} = 180 \text{ km/h}.$$

La balle de tennis est donc plus rapide que le train.

Méthode 2 : autre formulation de la première méthode

La balle parcourt 1 m en 0,02 s.

Elle parcourt 1 km (distance mille fois plus longue que 1 m) en $1\,000 \times 0,02 \text{ s} = 20 \text{ s}$ (durée mille fois plus longue que 0,02 s).

1 h = 3 600 s = 180 × 20 s.

En 1 h (soit une durée 180 fois plus longue que 20 s), la balle parcourt 180 km (distance cent quatre-vingt fois plus longue que 1 km).

Méthode 3 : calcul du temps mis par le train pour parcourir 23 m et comparaison avec le temps de la balle

$$v_t = \frac{175\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = \frac{1\,750 \text{ m}}{36 \text{ s}} = \frac{875}{18} \text{ m/s}.$$

Pour parcourir 23 m, le train mettra $\frac{23 \text{ m}}{\frac{875}{18} \text{ m/s}}$ soit $\frac{18 \times 23}{875} \text{ s} \approx 0,47 \text{ s}$.

Le temps mis pour parcourir 23 m est plus long pour le train que pour la balle, le train est donc moins rapide.

L'affirmation 1 est fausse.

b) Série statistique

Le raisonnement s'appuie sur le tableau présentant les hauteurs de pousse rangées par ordre croissant.

L'effectif est de 27 élèves, donc 27 pousses.

La médiane de la série statistique est la hauteur de la pousse du quatorzième élève ($\frac{27+1}{2} = 14$), soit 11 cm.

Avec un élève supplémentaire, donc un effectif de 28 élèves, la médiane de cette nouvelle série statistique devient la moyenne des hauteurs des quatorzième et quinzième pousses.

Les treizième, quatorzième et quinzième pousses de la série initiale ont pour hauteur 11 cm.

Selon la hauteur de la pousse du nouvel élève, trois cas sont à envisager pour le calcul de la nouvelle médiane : inférieure, égale ou supérieure à 11 cm.

- Si la hauteur de la pousse du nouvel élève est inférieure à 11 cm, cette pousse sera avant la treizième de la série initiale. La treizième de la série initiale deviendra la quatorzième de la nouvelle série et la quatorzième de la série initiale deviendra la quinzième de la nouvelle série. Les hauteurs des quatorzième et quinzième pousses de la nouvelle série sont donc 11 cm et la médiane ne change pas.
- Si la hauteur de la pousse du nouvel élève est égale à 11 cm, les treizième, quatorzième, quinzième et seizième pousses de la nouvelle série ont pour hauteur 11 cm et la médiane ne change pas.
- Si la hauteur de la pousse du nouvel élève est supérieure à 11 cm, l'ordre des quinze premières pousses ne change pas ; les hauteurs des quatorzième et quinzième pousses sont toujours 11 cm (ce sont les mêmes valeurs que dans la série initiale) et la médiane ne change pas.

L'affirmation 2 est vraie.

La moyenne des hauteurs de la série initiale (M_1) est le quotient de la somme de toutes les hauteurs (S_1) par le nombre de pousses, 27. La moyenne des hauteurs de la nouvelle série (M_2) est le quotient de la somme de toutes les hauteurs (S_1 augmentée de la nouvelle hauteur h_2) par le nouveau nombre de pousses, 28.

On a $M_2 = M_1 + 0,25 \text{ cm}$ selon l'information donnée.

S_1 étant connue, $\frac{S_1+h_2}{28} - \frac{S_1}{27} = 0,25$ cm est une équation du premier degré où l'inconnue est h_2 .
On peut donc trouver h_2 .

Remarque

La résolution n'est pas demandée ici, voici toutefois comment trouver la valeur de h_2 .

$$\frac{S_1 + h_2}{28} - \frac{S_1}{27} = 0,25 \text{ cm.}$$

On a :

$$S_1 = 1 \times 1 \text{ cm} + 3 \times 3 \text{ cm} + 6 \times 7 \text{ cm} + 2 \times 10 \text{ cm} + 3 \times 11 \text{ cm} + 3 \times 13 \text{ cm} + 5 \times 15 \text{ cm} + 2 \times 19 \text{ cm} + 2 \times 20 \text{ cm} = 297 \text{ cm}$$

$$\text{et } M_1 = \frac{297 \text{ cm}}{28} = 11 \text{ cm.}$$

$$\text{Donc } \frac{297 \text{ cm} + h_2}{28} - 11 \text{ cm} = 0,25 \text{ cm}$$

$$\text{soit } \frac{297 \text{ cm} + h_2}{28} = 11,25 \text{ cm}$$

$$\text{d'où } 297 \text{ cm} + h_2 = 28 \times 11,25 \text{ cm}$$

$$\text{et } h_2 = 315 \text{ cm} - 297 \text{ cm.}$$

$$\text{Donc } h_2 = 18 \text{ cm.}$$

L'affirmation 3 est vraie.

c) Division euclidienne

Méthode 1 : décompositions de A et B et factorisation par 3

D'après les données de l'énoncé, les deux nombres entiers A et B peuvent se décomposer sous la forme :

$$A = 9 \times q_1 + 7 \text{ et } B = 6 \times q_2 + 5 \text{ (} q_1 \text{ et } q_2 \text{ sont des nombres entiers).}$$

$$\text{Donc } A - B = 9 \times q_1 + 7 - (6 \times q_2 + 5)$$

$$A - B = 9q_1 - 6q_2 + 7 - 5$$

$$A - B = 3 \times (3q_1 - 2q_2) + 2.$$

A étant supérieur à B, on a $A - B \geq 0$ et donc $3q_1 - 2q_2 \geq 0$ puisque $3q_1 - 2q_2$ est entier.

L'expression : $A - B = 3 \times (3q_1 - 2q_2) + 2$, avec $3q_1 - 2q_2$ entier, caractérise la division euclidienne de $A - B$ par 3, dont le reste est 2 et le quotient $(3q_1 - 2q_2)$.

Méthode 2 : calcul séparé des restes

$$A = 3 \times (3q_1 + 2) + 1 \text{ et } B = 3 \times (2q_2 + 1) + 2 \text{ (où } 3q_1 + 2 \text{ et } 2q_2 + 1 \text{ sont des nombres entiers).}$$

Ces expressions caractérisent la division euclidienne de A et de B par 3. Pour A, le reste est 1 et pour B, le reste est 2. Il n'est donc pas possible de conclure directement par rapport au reste de $A - B$ dans la division euclidienne par 3.

$$A - B = 3 \times (3q_1 + 2) + 1 - 3 \times (2q_2 + 1) - 2$$

$$A - B = 3 \times (3q_1 - 2q_2 + 1) - 1$$

$$A - B = 3 \times (3q_1 - 2q_2) + 3 - 1$$

$$A - B = 3 \times (3q_1 - 2q_2) + 2.$$

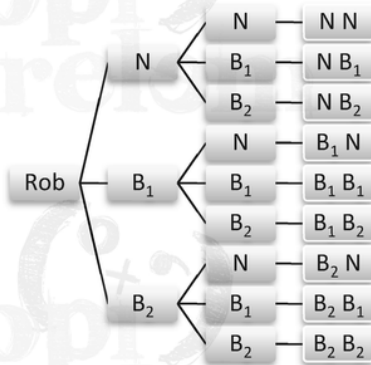
L'expression : $A - B = 3 \times (3q_1 - 2q_2) + 2$, avec $3q_1 - 2q_2$ entier, caractérise la division euclidienne de $A - B$ par 3, dont le reste est 2 et le quotient $(3q_1 - 2q_2)$.

L'affirmation 4 est vraie.

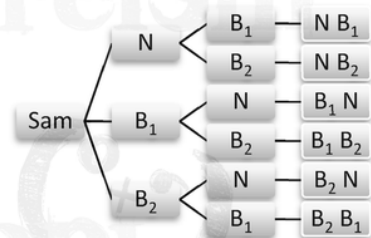
1) Tirages possibles

En utilisant les notations N , B_1 , B_2 pour désigner les trois boules indiscernables au toucher contenues dans l'urne, pour mettre en évidence la liste exhaustive des compositions possibles des tirages de deux boules, on peut utiliser un arbre (ou un tableau à double entrée ou toute autre organisation...).

Pour le tirage de Rob qui remet la boule dans l'urne après le premier tirage :



Pour le tirage de Sam qui ne remet pas la boule dans l'urne après le premier tirage :



Pour Rob, la liste des couples de tirages possibles est :

$(N ; N)$, $(N ; B_1)$, $(N ; B_2)$, $(B_1 ; N)$, $(B_1 ; B_1)$, $(B_1 ; B_2)$, $(B_2 ; N)$, $(B_2 ; B_1)$ et $(B_2 ; B_2)$.

Pour Sam, la liste des couples de tirages possibles est :

$(N ; B_1)$, $(N ; B_2)$, $(B_1 ; N)$, $(B_1 ; B_2)$, $(B_2 ; N)$ et $(B_2 ; B_1)$.

Remarque

La seconde liste peut être obtenue à partir de la première en supprimant les couples correspondant au tirage de deux boules identiques.

2) Affirmation de Dorine**Probabilité d'obtenir une boule blanche lors du second tirage**

Pour le tirage de Rob, il y a 9 issues possibles parmi lesquelles 6 présentent une boule blanche au second tirage : $(N ; B_1)$, $(N ; B_2)$, $(B_1 ; B_1)$, $(B_1 ; B_2)$, $(B_2 ; B_1)$ et $(B_2 ; B_2)$.

Ainsi, la probabilité pour Rob de tirer une boule blanche au second tirage est $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

Remarque

On peut également considérer l'urne avant le second tirage. Dans la mesure où Rob a remis la première boule qu'il a tirée dans l'urne, il y a une boule noire et deux blanches. La probabilité de tirer une boule blanche au second tirage est donc bien $\frac{2}{3}$.

Pour le tirage de Sam, il y a 6 issues possibles parmi lesquelles 4 présentent une boule blanche au second tirage : $(N ; B_1)$, $(N ; B_2)$, $(B_1 ; B_2)$ et $(B_2 ; B_1)$.

Ainsi, la probabilité pour Sam de tirer une boule blanche au second tirage est $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

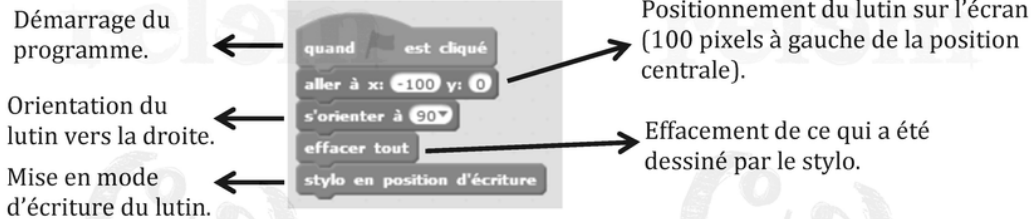
L'affirmation de Dorine est vraie.

1. Tracés des programmes

Remarque

Ni le détail des actions réalisées par les programmes, ni les justifications n'étaient attendus. Nous les donnons ici pour une meilleure compréhension du candidat.

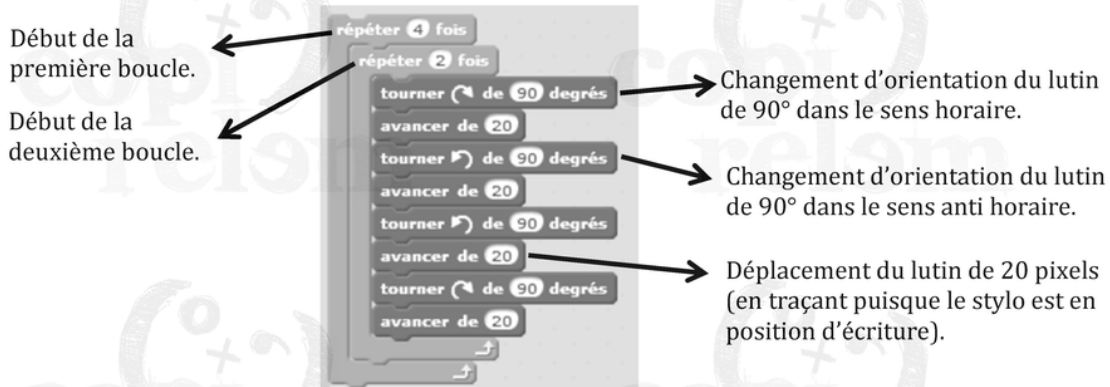
Dans les trois programmes, la phase d'initialisation du lutin est identique :



Par conséquent, dans cette phase, les programmes placent le lutin dans la fenêtre de tracé (centré verticalement, décalé vers la gauche de 100 pixels) puis l'orientent vers la droite. Ensuite, tous les tracés précédents sont effacés et le stylo placé en position d'écriture (ainsi, tous les déplacements ultérieurs du lutin laisseront une trace).



Boucles du programme 1



Si on s'intéresse aux actions à l'intérieur de la deuxième boucle, le lutin pivote d'un quart de tour vers la droite, avance de 20 pixels, pivote d'un quart de tour vers la gauche, avance de 20 pixels, pivote d'un quart de tour vers la gauche, avance de 20 pixels, pivote d'un quart de tour vers la droite et avance de 20 pixels.

			
tourner de 90 degrés	avancer de 20	tourner de 90 degrés	avancer de 20
			
tourner de 90 degrés	avancer de 20	tourner de 90 degrés	avancer de 20

Toutes ces actions sont répétées deux fois pour réaliser un tracé (deuxième boucle) :



Ce tracé est répété quatre fois (première boucle), on obtient :

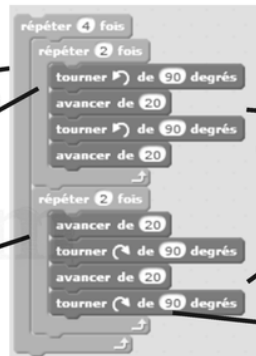


Boucles du programme 2

Début de la première boucle.

Début de la deuxième boucle.

Début de la troisième boucle.



Changement d'orientation du lutin de 90° dans le sens anti horaire.

Changement d'orientation du lutin de 90° dans le sens horaire.

Déplacement du lutin de 20 pixels (en traçant puisque le stylo est en position d'écriture).

Si on s'intéresse aux actions à l'intérieur de la deuxième boucle, le lutin pivote d'un quart de tour vers la gauche, avance de 20 pixels, pivote d'un quart de tour vers la gauche et avance de 20 pixels. Ces actions sont répétées deux fois.

Première occurrence de la boucle

			
tourner 90 degrés	avancer de 20	tourner 90 degrés	avancer de 20

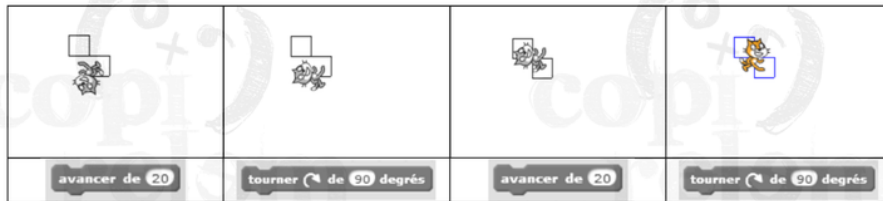
Deuxième occurrence de la boucle

			
tourner 90 degrés	avancer de 20	tourner 90 degrés	avancer de 20

Si on s'intéresse aux actions à l'intérieur de la troisième boucle, le lutin avance de 20 pixels, pivote d'un quart de tour vers la droite, avance de 20 pixels et pivote d'un quart de tour vers la droite. Ces actions sont répétées deux fois.

Première occurrence de la boucle

			
avancer de 20	tourner 90 degrés	avancer de 20	tourner 90 degrés

Deuxième occurrence de la boucle

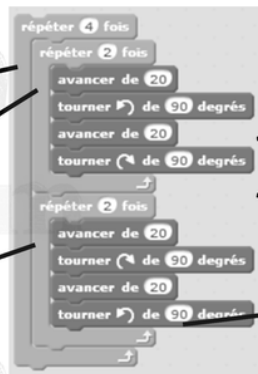
Ces deux boucles sont répétées quatre fois dans la première boucle. Ainsi, le lutin repasse quatre fois sur des éléments déjà tracés.

Boucles du programme 3

Début de la première boucle.

Début de la deuxième boucle.

Début de la troisième boucle.

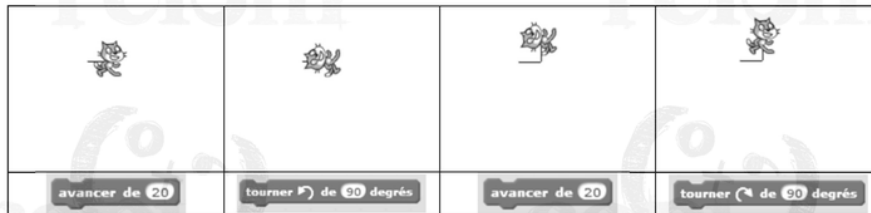
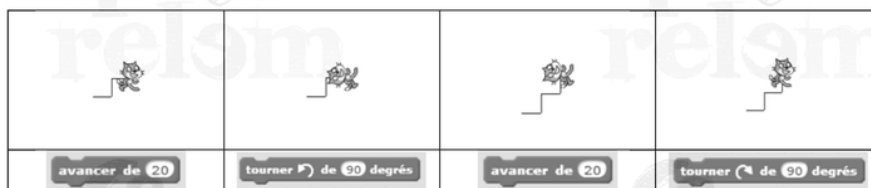


Changement d'orientation du lutin de 90° dans le sens anti horaire.

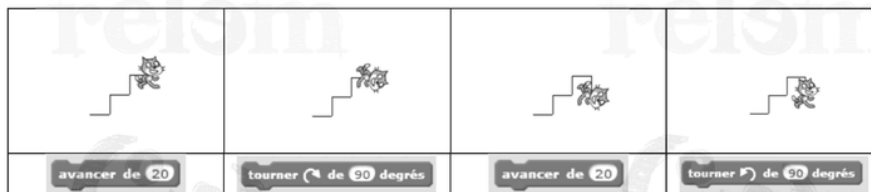
Changement d'orientation du lutin de 90° dans le sens horaire.

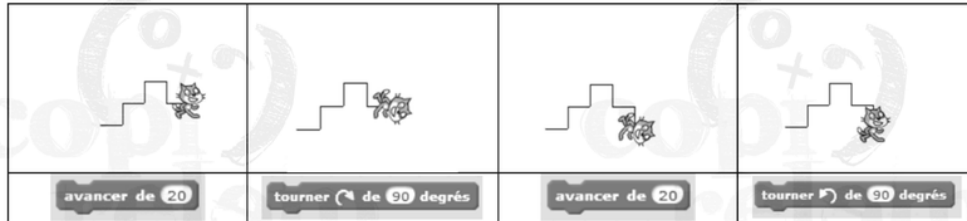
Déplacement du lutin de 20 pixels (en traçant puisque le stylo est en position d'écriture).

Si on s'intéresse aux actions à l'intérieur de la deuxième boucle, le lutin avance de 20 pixels, pivote d'un quart de tour vers la gauche, avance de 20 pixels et pivote d'un quart de tour vers la droite. Ces actions sont répétées deux fois.

Première occurrence de la boucle**Deuxième occurrence de la boucle**

Si on s'intéresse aux actions à l'intérieur de la troisième boucle, le lutin avance de 20 pixels, pivote d'un quart de tour vers la droite, avance de 20 pixels et pivote d'un quart de tour vers la gauche. Ces actions sont répétées deux fois.

Première occurrence de la boucle

Deuxième occurrence de la boucle

Ce tracé est répété quatre fois (première boucle), on obtient :

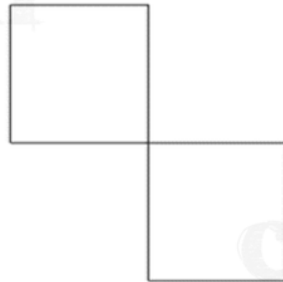


Le tracé 1 est le résultat du programme 3. Le tracé 2 est le résultat du programme 1.

2) Représentation du tracé obtenu par le programme ne correspondant à aucun des tracés

On s'intéresse donc au programme 2.

Le résultat du tracé obtenu, en respectant l'unité graphique (un millimètre par pixel) apparaît ci-dessous.

**Remarque**

Il convient de souligner que la boucle « répéter 4 fois » est inutile ici, le lutin repasse quatre fois sur le même tracé. Si on avait voulu répéter quatre fois ce motif, il aurait fallu insérer « avancer de 40 pas » à la fin de la deuxième boucle (résultat ci-dessous).

**EXERCICE 4****1) Hauteur totale de l'objet**

Chaque plaque est un parallépipède rectangle dont deux faces au moins sont des carrés. Les longueurs des côtés des différents carrés sont : 0,5 cm ; 1 cm ; 1,5 cm ; 2 cm ; 2,5 cm ; 3 cm ; 3,5 cm ; 4 cm ; 4,5 cm ; 5 cm ; 5,5 cm ; 6 cm ; 6,5 cm ; 7 cm ; 7,5 cm ; 8 cm ; 8,5 cm ; 9 cm ; 9,5 cm ; 10 cm ; 10,5 cm ; 11 cm ; 11,5 cm ; 12 cm.

Remarque

Il n'est pas indispensable de les énumérer, on peut aussi observer qu'il est possible d'enlever 23 fois 5 mm dans 12 cm ($12 - 23 \times 0,5 = 0,5$).

Il y a donc 24 plaques de carton de 5 mm d'épaisseur (5 mm = 0,5 cm) en tout dans cet objet pyramidal, sa hauteur est alors $24 \times 0,5 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$.

La hauteur totale de l'objet est 12 cm.

2) a) Intitulés des colonnes

Les intitulés pourraient être :

- pour la **colonne A, numéro d'ordre de la plaque**, en considérant celle du bas comme la première ;
- pour la **colonne B, mesure de la longueur (en cm) du côté du carré de base de la plaque** ;
- pour la **colonne D, mesure des volumes cumulés croissants des plaques (en cm³)**.

Remarque

Pour la colonne A, on ne peut considérer que ce sont des nombres de plaques. Il n'y a pas de calcul sur ces nombres, ils doivent être considérés comme des numéros pour désigner les plaques. De plus, l'intitulé proposé pour la colonne C réfère à une plaque donnée.

2) b) Formule saisie en C2

Le volume de chaque plaque est le produit du carré (au sens du calcul) de la longueur du côté du carré (au sens géométrique) de la base (donnée en colonne B) par la hauteur de la plaque (0,5 cm).

De ce fait, **une formule qui a pu être saisie dans la cellule C2 est : = B2^2*0,5.**

On peut aussi avoir saisi : = B2*B2*0,5.

2) c) Formule en D3

La proposition 3 est la seule qui a pu être saisie dans la cellule D3 et étirée jusqu'en D25.

Remarques

Les trois autres formules donnent la bonne valeur en D3 mais pas lorsqu'elles sont recopiées vers le bas.

La proposition 1 n'ajouterait les volumes que de deux plaques : celle de la ligne en cours et celle de la ligne au-dessus.

La proposition 2 n'ajouterait également les volumes que de deux plaques : celle de la ligne en cours et celle de la première ligne (C3).

La proposition 3 n'ajouterait également les volumes que de deux plaques : celle de la ligne en cours et celle de la première ligne (72).

2) d) Valeur située dans la cellule D25

Dans la cellule D25, on peut lire la valeur de la somme des cellules C2 à C25.

La valeur 612,5 située dans la cellule D25 correspond à la somme des mesures en cm³ des volumes de chacune des 24 plaques donc la mesure en cm³ du volume de l'objet pyramidal.

3) Masse volumique du carton

La masse volumique exprimée en kilogrammes par mètre cube (kg/m³) est la masse exprimée en kilogrammes (kg) d'une plaque de carton de volume un mètre cube (1 m³).

Selon les données, une plaque d'un mètre carré de ce carton pèse 850 g. Son épaisseur est 5 mm.

Or 5 mm = 0,005 m.

Le volume de la plaque d'1 m² d'un mètre carré de ce carton est : $\mathcal{V} = 1 \text{ m}^2 \times \frac{5}{1\,000} \text{ m} = \frac{5}{1\,000} \text{ m}^3$.

$850 \text{ g} = \frac{850}{1\,000} \text{ kg} = 0,85 \text{ kg}$.

La masse volumique de ce carton est donc $\frac{\frac{850}{1\,000} \text{ kg}}{\frac{5}{1\,000} \text{ m}^3} = \frac{850}{1\,000} \times \frac{1\,000}{5} \text{ kg/m}^3 = \frac{850}{5} \text{ kg/m}^3 = 170 \text{ kg/m}^3$.

(ou $\frac{0,85}{0,005} \text{ kg/m}^3 = \frac{850}{5} \text{ kg/m}^3 = 170 \text{ kg/m}^3$).

La masse volumique de ce carton est 170 kg/m³.

La mesure en cm³ du volume de l'objet pyramidal est 612,5 (question 2.d).

La masse de l'objet pyramidal est le produit de son volume par sa masse volumique soit :

$\frac{612,5}{1\,000\,000} \text{ m}^3 \times 170 \text{ kg/m}^3 = \frac{612,5 \times 170}{1\,000\,000} \text{ kg} = \frac{104\,125}{1\,000\,000} \text{ kg} = \frac{104\,125 \times 1\,000}{1\,000\,000} \text{ g} = 104,125 \text{ g}$.

La masse de l'objet pyramidal est 104,125 g.