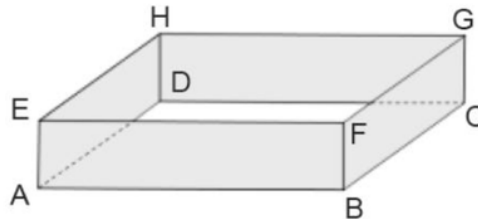
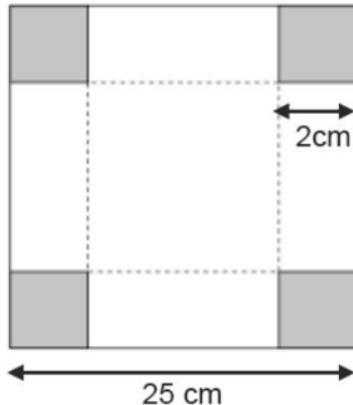


UN PROBLÈME DE BOÎTE

PARTIE A : étude d'un cas particulier

Dans un carré de carton dont le côté mesure 25 cm, on enlève aux quatre coins un carré de côté de longueur 2 cm comme sur la figure ci-dessous.

On obtient ainsi le patron d'une boîte sans couvercle :

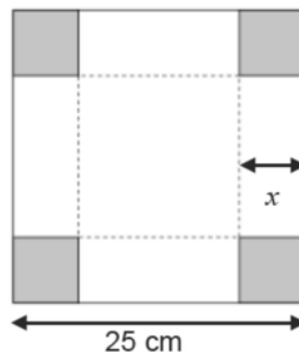


On admet que la base ABCD de la boîte est un carré.

- 1) Vérifier que le volume de cette boîte est de 882 cm^3 .
- 2) Vérifier que l'aire de la surface de carton utilisée pour réaliser la boîte est de 609 cm^2 .

PARTIE B : étude du cas général

On note x la longueur, en centimètre, du côté du carré enlevé à chaque coin d'un carré de carton dont le côté mesure 25 cm.



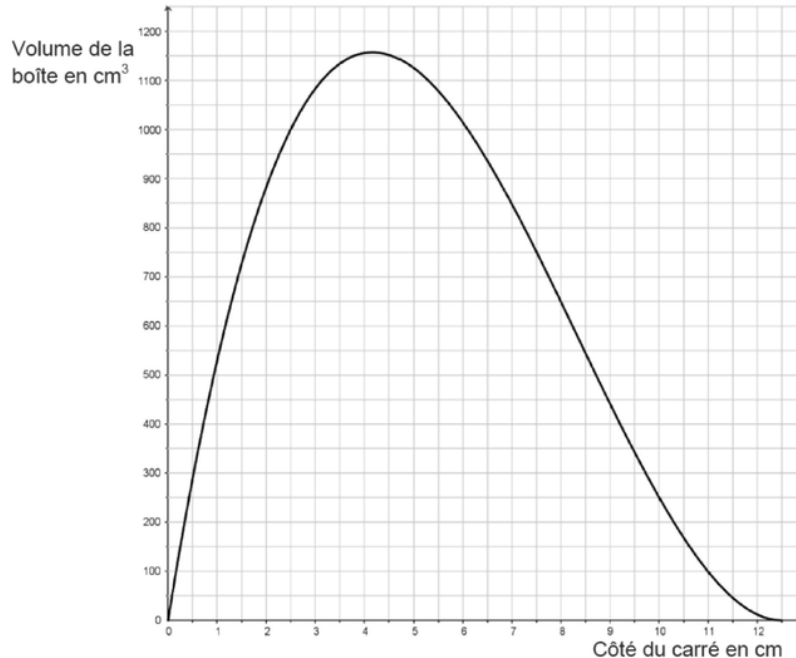
- 1) Quelles sont les valeurs possibles pour x ?
- 2) On appelle V la fonction donnant le volume, en centimètre cube, de la boîte en fonction de x .
Montrer que : $V(x) = x(25 - 2x)^2$.
- 3) On appelle A la fonction donnant l'aire, en centimètre carré, de la surface de carton utilisée pour réaliser la boîte en fonction de x .
Exprimer $A(x)$ en fonction de x .
- 4) Vérifier que les expressions trouvées en B.2) et B.3) permettent de retrouver les résultats obtenus dans la partie A.
- 5) On a construit avec un tableur une table de valeurs de la fonction V (voir copie d'écran ci-après).

	A	B
1	x	V(x)
2	0	0
3	1	529
4	2	882
5	3	1083
6	4	1156
7	5	1125
8	6	1014
9	7	847
10	8	648
11	9	441
12	10	250
13	11	99
14	12	12
15	12,5	0

Les questions qui suivent visent à résoudre le problème suivant :

quelle(s) valeur(s) de x permet(tent) de fabriquer une boîte de volume égal à 1 litre ?

- Quelle formule a pu être entrée en B2, puis copiée vers le bas, pour calculer les valeurs de la colonne B ?
 - En s'appuyant sur cette table, dire si le problème (obtenir une boîte de volume égal à 1 litre) possède ou non des solutions.
Si des solutions existent, donner pour chacune un encadrement d'amplitude 1 cm.
 - Décrire une démarche utilisant le tableur permettant d'obtenir un encadrement plus précis (d'amplitude 0,1 cm) de la (des) solution(s).
- 6) Voici une représentation graphique de la fonction V :



- À l'aide de ce graphique, expliquer comment on peut retrouver une valeur approchée du résultat trouvé à la question A.1)
- Lire sur le graphique le volume maximal que l'on peut obtenir (avec la précision permise par le graphique), et la valeur de x correspondante.

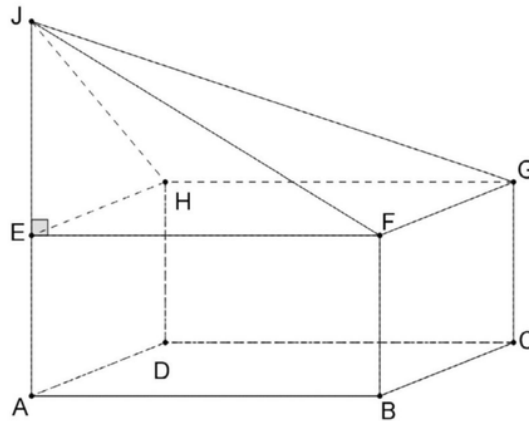
- c) Par lecture graphique déterminer les valeurs de x (approchées au millimètre) pour lesquelles la boîte a pour volume 1L.

PARTIE C : couvercle de la boîte

Un artisan pâtissier souhaite utiliser ce type de patron pour construire des boîtes pour emballer des chocolats. Il choisit d'enlever à chaque coin des carrés de 6 cm de côté.

Il fabrique par ailleurs des couvercles de forme pyramidale.

Sur le dessin en perspective ci-dessous, ABCDEFGH est la boîte obtenue et JEFGH, son couvercle, est une pyramide de sommet J, tel que A, E et J sont alignés.



- 1) Quelle doit être la hauteur JE de la pyramide pour que le volume de la pyramide soit égal à celui de la boîte ?
On rappelle que le volume d'une pyramide dont la base a pour aire A et dont la hauteur est h est égal à :

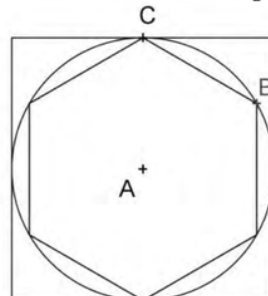
$$V = \frac{A \times h}{3}.$$

- 2) Pour des raisons esthétiques, l'artisan choisit $JE = 8$ cm.
Tracer sur la copie le patron de cette pyramide à l'échelle 1/4.
Coder ce patron pour faire apparaître les angles droits et les segments de même mesure.

PARTIE D : décoration de la boîte

L'artisan souhaite utiliser les chutes restantes après la construction du patron de la boîte de chocolats (des carrés de 6 cm de côté) pour y dessiner le logo de sa pâtisserie, inscrit dans un hexagone régulier comme sur la figure ci-dessous.

A est le centre du carré, B et C deux sommets consécutifs de l'hexagone régulier.



- 1) Justifier que ABC est un triangle équilatéral.
2) Reproduire cette figure en vraie grandeur sur la copie.
3) Calculer l'aire de l'hexagone. On donnera la valeur exacte et l'arrondi au mm^2 .

On peut lire sur la porte d'un magasin : **– 30 % sur tous les articles.**

- 1) Calculer le prix soldé d'un article qui valait 132 €.
- 2) Calculer le prix initial d'un article dont le prix soldé est 29,40 €.
- 3) En fin de période de soldes ce magasin propose une réduction supplémentaire de 20 % sur les prix déjà soldés. Le propriétaire annonce alors une baisse de 50 %. Cette annonce est-elle exacte ?
- 4) Un article avait augmenté au cours de l'année de 5 % et a été soldé à 30 % ensuite.
Quel est alors le pourcentage de réduction par rapport au prix initial ?

On considère l'algorithme ci-dessous programmé à l'aide du logiciel Scratch.



- 1) On décide d'entrer le nombre 7. Montrer que le résultat obtenu est 64.
- 2) On choisit 19 comme nombre de départ. Quel est alors le résultat ?
- 3) Démontrer que quel que soit le nombre impair choisi au départ le résultat est toujours le carré d'un nombre et un multiple de 4.

Pour fêter le premier anniversaire de son ouverture, un magasin offre à ses clients des tickets à gratter. Certains tickets sont perdants, d'autres permettent de gagner des bons d'achat de 5 €, de 10 € ou de 100 €.

Au bout d'une journée, le commerçant comptabilise :

200 tickets perdants,

444 tickets à 5 €

330 tickets à 10 €.

- 1) Combien y avait-il de tickets à 100 €, sachant que la moyenne des gains était de 8,12 € ?
- 2) a) Si les tickets à 100€ sont remplacés par des tickets 1000 €, quelle est la nouvelle moyenne des gains ?
b) Expliquer pourquoi la médiane des gains n'est pas modifiée.

Lors d'une phase d'institutionnalisation, l'enseignante d'une classe de CM1 demande aux élèves de proposer une phrase pour dire ce qu'est un nombre décimal.

Elle les invite à commencer leur phrase par « Un nombre décimal est... ».

Voici quatre propositions d'élèves :

Omar :

« Un nombre décimal est un nombre avec une virgule. »

Lucie :

« Un nombre décimal est un nombre entre deux entiers. »

Léo :

« Un nombre décimal est un nombre avec une partie entière avant la virgule et une partie décimale après la virgule. »

Aminata :

« Un nombre décimal est une fraction avec 10 ou 100 en bas. »

- 1) Expliquer pour chacune des quatre propositions, pourquoi elle n'est pas satisfaisante du point de vue des mathématiques et ne peut pas être retenue par l'enseignante.
- 2) Proposer une phrase commençant par « Un nombre décimal est... », que l'enseignante pourrait faire écrire aux élèves dans leur cahier lors de cette phase d'institutionnalisation.