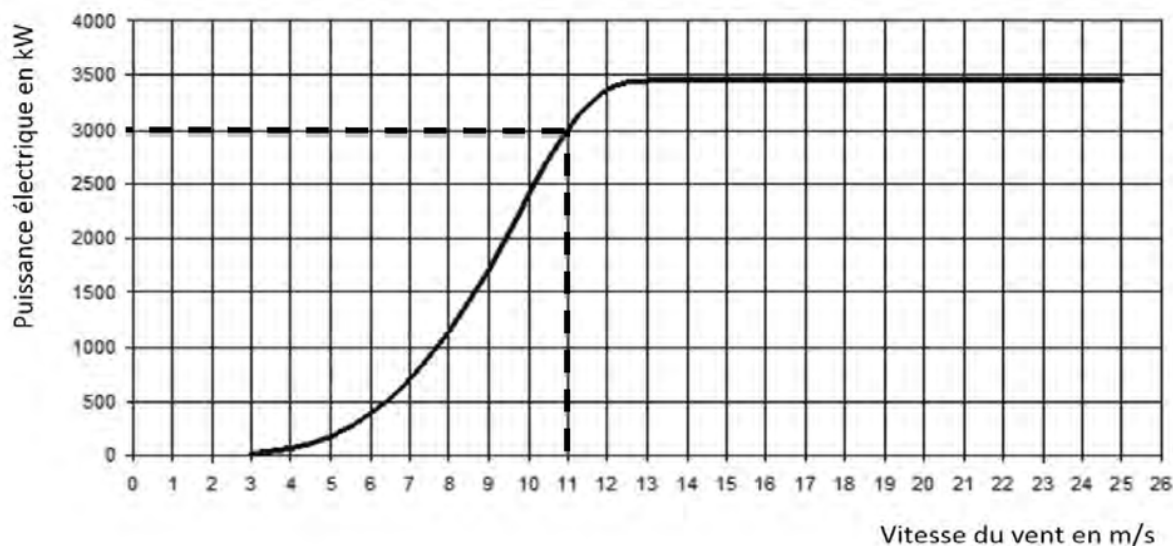


PARTIE A : puissance électrique d'une éolienne

Sur ce graphique, sur l'axe des abscisses on représente la vitesse du vent en m/s et sur l'axe des ordonnées la puissance électrique en kW.

1) Puissance électrique de l'éolienne quand la vitesse du vent est 11 m/s

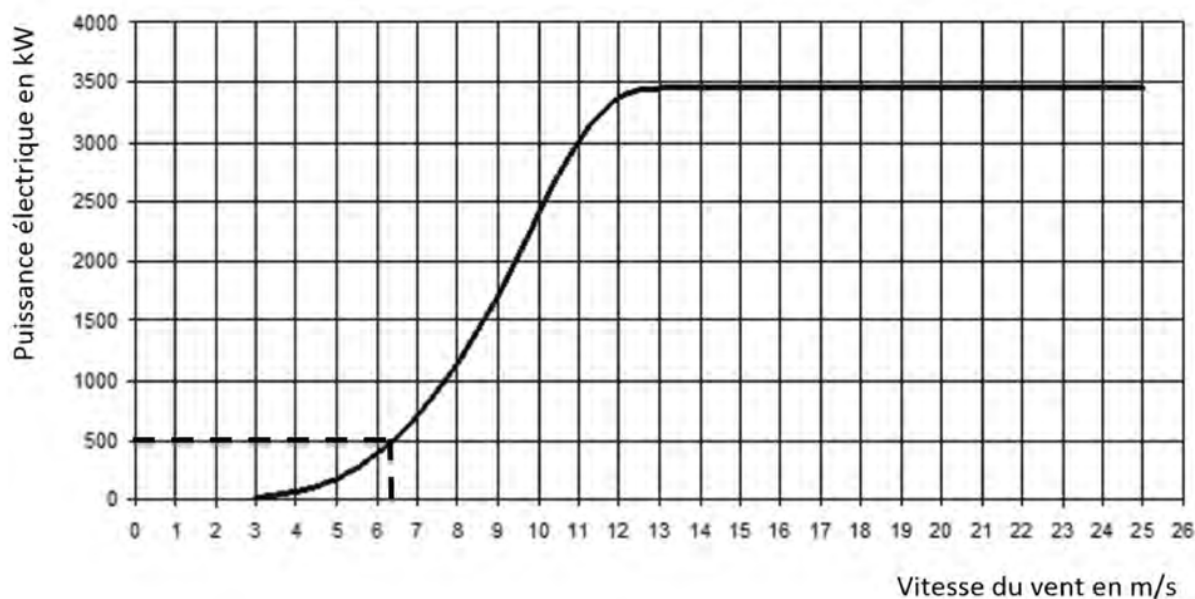
Pour trouver la puissance correspondant lorsque le vent a une vitesse de 11 m/s il suffit de repérer le point de la courbe d'abscisse 11 et de lire l'ordonnée correspondante : 3000.



Pour une vitesse du vent de 11 m/s, la puissance électrique de l'éolienne est 3000 kW.

2) Vitesse du vent pour obtenir une puissance électrique supérieure à 500 kW

De la même manière pour connaître la vitesse minimale il suffit de lire sur le graphique l'abscisse des points dont l'ordonnée est supérieure à 500 kW.

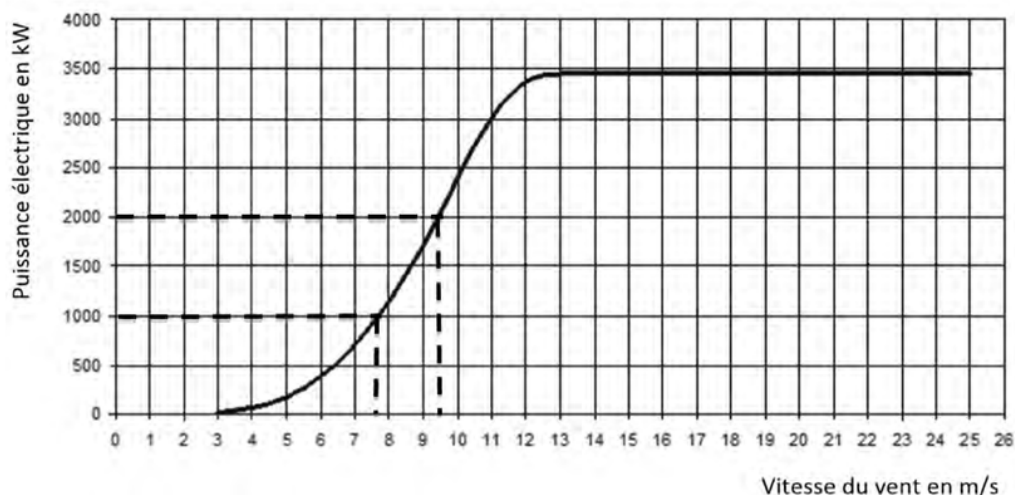


Par lecture graphique, le vent doit avoir une vitesse d'environ au moins 6,3 m/s pour obtenir une puissance électrique d'au moins 500 kW.

3) Proportionnalité ou non entre vitesse et puissance

Une situation de proportionnalité correspond à une fonction linéaire qui a pour représentation graphique une droite passant par l'origine, ce qui n'est pas le cas ici.

Il n'y a donc pas proportionnalité entre vitesse du vent et puissance électrique produite.

4) Vitesses du vent avec une puissance électrique comprise entre 1000 et 2000 kW

Par lecture graphique, la vitesse du vent doit être environ comprise entre 7,6 et 9,4 m/s pour que la puissance électrique obtenue soit comprise entre 1000 et 2000 kW.

5) Puissance maximale fournie par l'éolienne

L'ordonnée maximale des points de la courbe correspond à la puissance maximale obtenue qui est donc de 3500 kW.

6) Conversions de m/s en km/h

Comme précédemment on lit sur le graphique la vitesse du vent doit être supérieure à 11 m/s pour obtenir une puissance supérieure à 3000 kW.

$$11 \text{ m/s} = \frac{11 \text{ m}}{1 \text{ s}} = \frac{11 \times 3600 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{39600 \text{ m}}{1 \text{ h}} = \frac{39,6 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 39,6 \text{ km/h}$$

La vitesse 11 m/s correspond à 39,6 km/h.

PARTIE B : calcul de la puissance récupérable d'une éolienne

Remarque préliminaire :

1) Les calculs effectués dans cette partie s'appuient sur la formule $P_{\text{disponible}} = \frac{1}{2} r \times S \times V^3$ donnée par l'énoncé, dans laquelle $P_{\text{disponible}}$ est la puissance disponible de l'éolienne, r est la densité de l'air, S l'aire de la surface balayée par les pales de l'éolienne et V la vitesse du vent.

Afin d'alléger les écritures, dans tout ce corrigé, $P_{\text{disponible}}$, r , D , S et V ne désigneront pas les grandeurs mais leurs mesures avec pour unités respectives le watt pour la puissance $P_{\text{disponible}}$, le kg/m^3 pour la densité r , le m pour le diamètre D , le m^2 pour l'aire S et m/s pour la vitesse V .

2) La question 1) b) demande d'établir la formule $P_{\text{récupérable}} = 998,816\pi \times V^3$. Si dans cette formule, P et V désignent des grandeurs et non leurs mesures comme le laisse entendre l'énoncé, on aboutit à une écriture incorrecte car la puissance n'est pas homogène au cube d'une vitesse comme pourrait le laisser croire l'écriture d'une telle égalité.

1) Éolienne de diamètre 112 m et ayant pour coefficient de performance 0,52**1) a) Aire de la surface balayée**

L'aire d'un disque S se calcule à l'aide de la formule suivante, où D est le diamètre : $S = \pi \times \frac{D^2}{4}$.

On a donc pour les mesures :

$$S = \pi \times \frac{112^2}{4} = 3136\pi$$

L'aire de la surface balayée par les pales de l'éolienne est de $3136\pi \text{ m}^2$.

1) b) Puissance récupérable

A l'aide des formules : $P_{\text{récupérable}} = C_p \times P_{\text{disponible}}$ et $P_{\text{disponible}} = \frac{1}{2} \times r \times S \times V^3$

on trouve : $P_{\text{récupérable}} = C_p \times P_{\text{disponible}} = C_p \times \frac{1}{2} \times r \times S \times V^3$

d'où le calcul

$$P_{\text{récupérable}} = 0,52 \times \frac{1}{2} \times 1,225 \times \pi \times 56^2 \times V^3 = 998,816\pi \times V^3$$

La mesure de la puissance récupérable de l'éolienne (mesurée en watt) est bien égale à $998,816\pi \times V^3$ avec V mesure de la vitesse du vent (mesurée en m/s).

1) c) Puissance récupérable en kW

La mesure en watt de la puissance récupérable est :

$$P_{\text{récupérable}} = 998,816\pi \times V^3 = 998,816 \times \pi \times 6^3 = 215744,256 \pi$$

soit $P_{\text{récupérable}} \approx 677780,57$.

$$1\,000 \text{ W} = 1 \text{ kW}$$

donc la puissance récupérable de l'éolienne est égale à environ **677,78 kW**.

1) d) Si la vitesse du vent est multipliée par 2

La puissance récupérable est un multiple de V^3 donc lorsque V est multiplié par 2, V^3 est multiplié par 8 et donc la puissance récupérable aussi.

Si la vitesse du vent est multipliée par 2, alors la puissance récupérable est multipliée par 8.

1) e) Non proportionnalité entre la puissance récupérable et la vitesse du vent

La puissance récupérable est un multiple de V^3 et non de V .

La puissance récupérable n'est donc pas proportionnelle à la vitesse.

2) Valeur maximale de $P_{\text{récupérable}}$

D'après 1) b), on a : $P_{\text{récupérable}} = 0,52 \times P_{\text{disponible}} = C_p \times \frac{1}{2} \times r \times S \times V^3$.

D'après l'énoncé, la valeur maximale de C_p est $\frac{16}{27}$.

La valeur maximale de $P_{\text{récupérable}}$ est :

$$\frac{16}{27} \times \frac{1}{2} \times 1,225 \times \pi \times \frac{D^2}{4} \times V^3 = \frac{16 \times 1,225 \times \pi}{27 \times 2 \times 4} \times D^2 \times V^3.$$

Donc $P_{\text{récupérable}} < 0,29 \times D^2 \times V^3$.

PARTIE C : étude de la production éolienne en France en 2015**1) a) Énergie produite par une éolienne en Centre-Val de Loire**

En Centre-Val de Loire, le facteur de charge éolien moyen est de 25,8%.

D'après l'énoncé on a : $E = P \times t \times f$.

On a donc dans cette région : $E = 4 \text{ MW} \times 365 \text{ j} \times 24 \text{ h/j} \times 0,258$.

$$E = 9\,040,320 \text{ MWh.}$$

1) b) Puissance éolienne en Centre-Val de Loire

On connaît l'énergie totale produite par l'ensemble de la région en 2015 :

$$E_{\text{totale}} = 1,98 \times 10^6 \text{ MWh} = P_{\text{totale}} \times 365 \text{ j} \times 24 \text{ h/j} \times 0,258 = P_{\text{totale}} \times 2\,260,08 \text{ h}$$

$$P_{\text{totale}} = \frac{1,98 \times 10^6 \text{ MWh}}{2\,260,08 \text{ h}}$$

$$P_{\text{totale}} \approx \mathbf{876 \text{ MW.}}$$

Remarque :

Cela correspond à environ 219 éoliennes de 4MW chacune.

2. Énergie électrique produite en France

Sachant que l'énergie produite par l'éolien en France correspond à 4,5% de la production énergétique

totale, cette dernière vaut environ $\frac{21,9 \times 10^6 \text{ MWh}}{0,045}$ ce qui correspond à environ 487 millions de MWh.

L'énergie électrique produite en France en 2015 est d'environ 487 millions de MWh.

1) Affirmation 1 : « Un quadrilatère qui a trois angles droits est un carré. »

FAUX.

Un quadrilatère qui a trois angles droits est un rectangle. Voici un contre-exemple.



Pour être un carré il faudrait qu'il ait au moins deux côtés consécutifs de même longueur ou ses diagonales perpendiculaires ce qui n'est pas indiqué dans l'énoncé.

2) Affirmation 2 : « Le boucher se trompe ; il aurait dû lui faire payer 2,250 kg de viande. »

VRAI.

Sur quatre steaks hachés, un seul steak est gratuit.

Méthode 1 :

Sur une part de viande hachée, trois quarts de cette part reste à payer. On déduit que sur 3 kg de viande hachée, les trois quarts de 3 kg restent à payer ($\frac{3}{4} \times 3 \text{ kg} = 2,25 \text{ kg}$).

Il est donc vrai que le boucher s'est trompé ; Solène aurait dû payer 2,25 kg de viande et non 2 kg de viande.

Méthode 2 :

Sur une part de viande hachée, seulement un quart de cette part est gratuite. On déduit que sur 3 kg de viande hachée, seulement le quart de 3 kg (soit $\frac{1}{4} \times 3 \text{ kg}$, soit 0,75 kg) de cette viande est gratuit.

Il est donc vrai que le boucher se trompe ; Solène aurait dû payer 2,25 et non 2 kg de viande.

3) Affirmation 3 : « Les droites (ML) et (KJ) sont parallèles. »

VRAI.

Dans le triangle IJK, M appartient à [IJ] et L appartient à [IK]. D'après le

théorème de Thalès, si $\frac{IM}{IJ} = \frac{IL}{IK}$, alors les droites (ML) et (JK) sont parallèles.

$$\frac{IM}{IJ} = \frac{0,8}{2} \text{ et } \frac{IL}{IK} = \frac{1,6}{4}$$

Puisque $\frac{0,8}{2} = \frac{1,6}{4}$, les droites sont parallèles.

On conclut donc que l'affirmation est vraie.



4) Affirmation 4 : « Le carré d'un nombre entier positif premier admet exactement trois diviseurs positifs. »

VRAI.

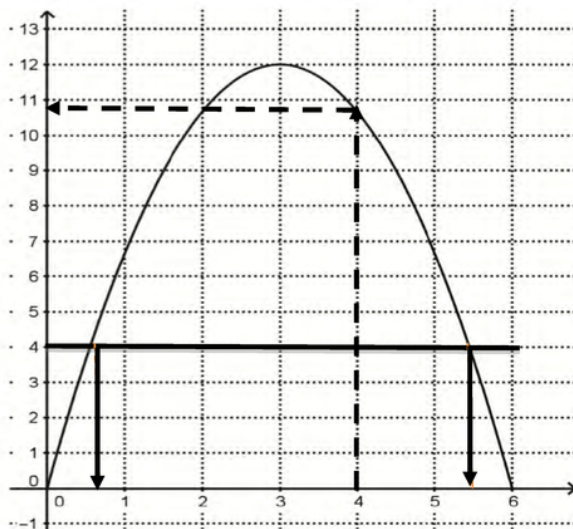
Le nombre étant positif premier, noté p, il admet comme diviseurs 1 et lui-même, p. Le carré de ce nombre p² admet alors comme diviseur 1, p et p² soit exactement trois diviseurs.

5) Affirmation 5 : « 4 a pour antécédent un nombre compris entre 10 et 11. »

FAUX.

Remarque préalable :

Comme on peut l'observer sur le graphique fourni, 4 figure sur l'axe des abscisses et sur l'axe des ordonnées.



Première explication possible à propos du 4 figurant sur l'axe des ordonnées

L'affirmation est fausse car 4, présent en ordonnée, a **deux antécédents** et **aucun des deux n'est compris entre 10 et 11** ; d'après lecture sur le graphique, on constate qu'un antécédent est un nombre compris entre 0 et 1 et l'autre antécédent est un nombre compris entre 5 et 6.

Deuxième explication à propos du 4 figurant sur l'axe des abscisses

L'affirmation est fausse car 4, présent en abscisse, a pour **image** un nombre compris entre 10 et 11, et non pour antécédent.

Les deux dés en question sont respectivement vert et rouge et ils sont lancés simultanément. Cela conduit à considérer 36 cas (binômes (V, R)) possibles et équiprobables.

1) a) Probabilité d'obtenir exactement 400 points

Selon les règles du jeu, avec un seul lancer, on gagne 400 points dans un seul cas : celui où on obtient une paire de 4.

La probabilité est alors de $\frac{1}{36}$.

1) b) Probabilité d'obtenir exactement 50 points

La règle indique que si un joueur obtient un résultat autre qu'une paire, il obtient 50 points. Il y a six paires possibles sur les trente-six binômes possibles, la probabilité d'obtenir une paire est $\frac{1}{6}$, qui correspond à $\frac{6}{36}$.

« Obtenir un résultat autre qu'une paire » correspond à l'évènement contraire d'« obtenir une paire ».

La probabilité d'obtenir un résultat autre qu'une paire est alors $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$.

Autre méthode :

Il y a six paires parmi les trente-six binômes possibles, ce qui correspond à trente binômes qui ne sont pas des paires.

La probabilité d'obtenir un résultat autre qu'une paire est donc $\frac{30}{36}$ qui correspond à $\frac{5}{6}$.

2) Probabilité de gagner la partie lors du troisième lancer

Pour gagner la partie elle doit avoir au moins 1000 points, il lui manque donc au moins 350 points. Il faut donc qu'elle obtienne en un seul lancer soit une paire de 1, soit une paire de nombres supérieurs ou égaux à 4 (4, 5 ou 6) pour dépasser 350 points.

La probabilité d'obtenir une paire de 1 est $\frac{1}{36}$ et celle d'obtenir une paire supérieur ou égale à 4 est $\frac{3}{36}$ ou $\frac{1}{12}$.

Ces deux évènements sont incompatibles donc la probabilité de leur réunion est la somme des probabilités de chacun des évènements.

La probabilité que Paola gagne la partie est alors $\frac{1}{36} + \frac{3}{36} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.

3) Probabilité de gagner au moins 1000 points en 1 ou 2 coups

La probabilité de gagner au moins 1000 points en un coup est $\frac{1}{36}$ (lorsque l'on obtient la paire de 1).

Lors d'un lancer, on peut gagner 50 (autre qu'une paire), 200 (paire de 2), 300 (paire de 3), 400 (paire de 4), 500 (paire de 5), 600 (paire de 6) ou 1000 (paire de 1) points.

Rappel :

La probabilité de deux évènements consécutifs indépendants est le produit des probabilités de chacun de ces évènements.

Ici le premier et le second lancer sont deux évènements consécutifs indépendants.

Le tableau de la page suivante récapitule ce qui peut se passer au premier lancer et pour chaque cas, ce qu'il faut obtenir au second lancer pour atteindre ou dépasser les 1000 points, avec la probabilité de chacune de ces occurrences.

Si au premier lancer, on obtient ...	Alors on gagne ... points	Il manque encore au moins ... points	..., et pour cela il faut obtenir au second lancer ...	La probabilité est alors ...
(1,1)	1000	rien, c'est gagné	n'importe lequel des lancers possibles (événement certain)	$\frac{1}{36} \times 1$
(2,2)	200	800	(1 ; 1)	$\frac{1}{36} \times \frac{1}{36}$
(3,3)	300	700	(1 ; 1)	$\frac{1}{36} \times \frac{1}{36}$
(4,4)	400	600	(1 ; 1) ou (6 ; 6)	$\frac{1}{36} \times \frac{2}{36}$
(5,5)	500	500	(1 ; 1) ou (5 ; 5) ou (6 ; 6)	$\frac{1}{36} \times \frac{3}{36}$
(6,6)	600	400	(1 ; 1) ou (4 ; 4) ou (5 ; 5) ou (6 ; 6)	$\frac{1}{36} \times \frac{4}{36}$
Autre qu'une paire	50	950	(1 ; 1)	$\frac{1}{36} \times \frac{5}{36}$

Rappel :

Tous ces événements sont incompatibles donc la probabilité de leur réunion est égale à la somme des probabilités de chacun des événements.

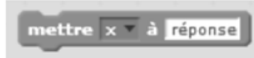
La probabilité de gagner au moins 1000 en deux lancers s'obtient en ajoutant tous les résultats écrits dans la troisième colonne du tableau ci-dessus, ce qui donne une probabilité égale à $\frac{77}{36 \times 36}$.

La probabilité de gagner au moins 1000 en deux lancers est égale à $\frac{77}{36 \times 36}$.

Le tableau ci-après résume autrement la situation étudiée.

		Premier lancer							
		50	200	300	400	500	600	1000	
Second lancer	50							$\frac{1}{36} \times \frac{5}{36}$	$\frac{1}{36} \times \frac{5}{36}$
	200							$\frac{1}{36} \times \frac{1}{36}$	$\frac{1}{36 \times 36}$
	300							$\frac{1}{36} \times \frac{1}{36}$	$\frac{1}{36 \times 36}$
	400						$\frac{1}{36} \times \frac{1}{36}$	$\frac{1}{36} \times \frac{1}{36}$	$\frac{2}{36 \times 36}$
	500					$\frac{1}{36} \times \frac{1}{36}$	$\frac{1}{36} \times \frac{1}{36}$	$\frac{1}{36} \times \frac{1}{36}$	$\frac{3}{36 \times 36}$
	600				$\frac{1}{36} \times \frac{1}{36}$	$\frac{1}{36} \times \frac{1}{36}$	$\frac{1}{36} \times \frac{1}{36}$	$\frac{1}{36} \times \frac{1}{36}$	$\frac{4}{36 \times 36}$
	1000	$\frac{1}{36} \times \frac{5}{36}$	$\frac{1}{36} \times \frac{1}{36}$	$\frac{1}{36} \times \frac{1}{36}$	$\frac{1}{36} \times \frac{1}{36}$	$\frac{1}{36} \times \frac{1}{36}$	$\frac{1}{36} \times \frac{1}{36}$	$\frac{1}{36} \times \frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$
									$\frac{77}{36 \times 36}$

Complément de formation : une aide à la compréhension du programme fourni, écrit en Scratch, un langage de programmation par blocs.

L'exécution du programme est déclenchée par : l'évènement « l'utilisateur clique sur le drapeau ».		Question 1)a) Question 1)b)	
Attente de l'entrée d'un nombre par l'utilisateur. Avec le logiciel utilisé ici, ce nombre est automatiquement affecté à : la variable réponse.		On entre 10	On entre -2
Ici, le nombre est affecté à : la variable x.		$x = 10$	$x = -2$
Exécution d'un calcul dont le résultat est affecté à : la variable A ($A = x - 8$).		Le programme calcule $10 - 8 = 2$	Le programme calcule $-2 - 8 = -10$
Exécution d'un calcul dont le résultat est affecté à : la variable B ($B = x * 3$).		Le programme calcule $2 * 3 = 6$	Le programme calcule $-10 * 3 = -30$
Exécution d'un calcul dont le résultat est affecté à : la variable C ($C = B + 24$).		Le programme calcule $6 + 24 = 30$	Le programme calcule $-30 + 24 = -6$
Exécution d'un calcul dont le résultat est affecté à : la variable D ($D = C + x$).		Le programme calcule $30 + 10 = 40$	Le programme calcule $-6 + (-2) = -8$
Affichage du résultat de : la variable D.		Le programme affiche 40	Le programme affiche -8.

1) a) Application du programme de calcul au nombre 10

Si x prend la valeur 10 alors :

- A prend la valeur 2 (car $10 - 8$) ;
- B prend la valeur 6 (car $A * 3 = 2 * 3 = 6$) ;
- C prend la valeur 30 (car $B + 24 = 6 + 24$) ;
- D prend la valeur 40 ($C + x = 30 + 10$).

Le résultat affiché, la valeur de D, vaut 40.

1) b) Application du programme de calcul au nombre -2

Si x prend la valeur -2 alors :

- A prend la valeur -10 (car $-2 - 8$) ;
- B prend la valeur -30 (car $A * 3 = -10 * 3 = -30$) ;
- C prend la valeur -6 (car $B + 24 = -30 + 24$) ;
- D prend la valeur -8 (car $C + x = -6 - 2$).

Le résultat affiché, la valeur de D, vaut -8.

Remarque pour 1)a) et 1)b) :

Il est possible aussi de transformer les écritures de manière à n'avoir qu'une seule équation de D en fonction de x :

$$A = x - 8 ;$$

$$B = A \times 3 = (x - 8) \times 3 = 3x - 24 ;$$

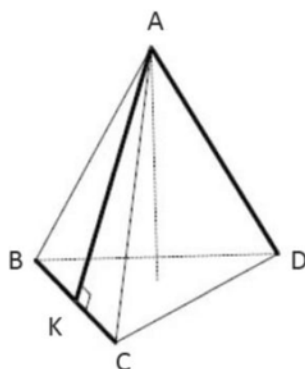
$$C = B + 24 = 3x - 24 + 24 = 3x ;$$

$$D = C + x = 3x + x = 4x .$$

On trouve donc $D(10) = 4 \times 10 = 40$.

2) Modification de l'algorithme

D'après la remarque de l'exercice précédent, pour avoir le même résultat à l'affichage, **il faut afficher le résultat du calcul $4x$** .



1) a) Dimensions du rectangle

Les quatre faces étant équilatérales avec des arêtes communes, on sait donc que toutes les arêtes sont de même longueur, soit 5,5 cm.

K est le pied de la hauteur dans le triangle équilatéral ABC ; (KA) est donc également médiatrice du segment [BC] donc K est le milieu de [BC] donc on a $BK = KC = 2,75$ cm.

On sait que, dans le triangle ABC, [AK] est la hauteur issue de A, le triangle AKC est donc rectangle en K.

La longueur d'un côté du rectangle en question est donnée par la somme des longueurs KB, BC et CK, soit $KB + BC + CK = 2 \times BC = 2 \times 5,5 \text{ cm} = 11 \text{ cm}$ (ou $2,75 \text{ cm} + 5,5 \text{ cm} + 2,75 \text{ cm}$).

La longueur de l'autre côté du rectangle est KA. Pour la calculer, il faudra appliquer le théorème de Pythagore au triangle AKC rectangle en K, soit $AC^2 = AK^2 + KC^2$.

On a alors, avec l'abus de notation signalé en page 66 :

$$AK^2 = AC^2 - KC^2 = 5,5^2 - 2,75^2 = 30,25 - 7,5625 = 22,6875$$

d'où $AK = \sqrt{22,6875}$ cm (en valeur exacte) soit $AK \approx 4,8$ cm.

Les dimensions du rectangle sont : 11 cm de longueur et $\sqrt{22,6875}$ cm de largeur

1) b) Volume du sachet de thé de Yanis

Le volume V du sachet de thé de Yanis vaut environ $19,4 \text{ cm}^3$ car :

$$V = \frac{\frac{BC \times AK}{2} \times \frac{5,5 \times \sqrt{6}}{3}}{3} = \frac{\frac{5,5 \times \sqrt{22,6875}}{2} \times \frac{5,5 \times \sqrt{6}}{3}}{3}$$

$$V \approx 19,4 \text{ cm}^3$$

Le volume du sachet est d'environ $19,4 \text{ cm}^3$.

2) L'affirmation de Dounia

Pour obtenir le sachet « grand format », si toutes les longueurs des arêtes du tétraèdre de départ sont multipliées par 1,3, le volume sera multiplié par $(1,3)^3$ et donc par 2,197, soit environ deux fois de plus que le volume du tétraèdre de départ.

Dounia a donc raison.