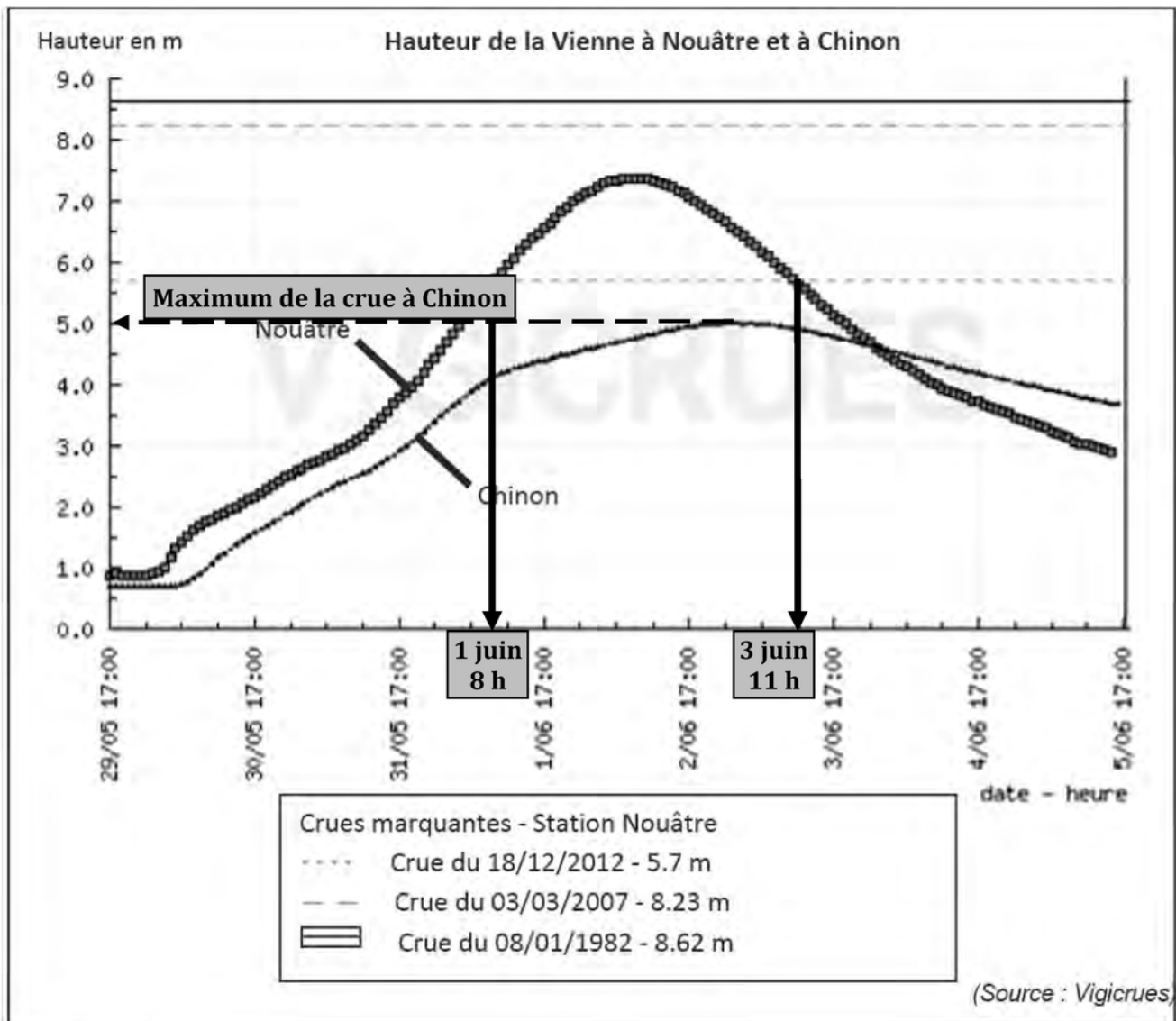


PARTIE A : étude d'une crue de la Vienne

On trouve sur la figure ci-dessus les lectures graphiques auxquelles il est fait référence dans les questions 1) et 2).

1) Hauteur maximale de la Vienne atteinte à Chinon entre le 29 mai 2016 à 17 h et le 5 juin 2016 à 17 h

Par lecture graphique, la hauteur maximale de la Vienne à Chinon entre le 29 mai 2016 à 17 h et le 5 juin 2016 à 17 h est de **5 mètres**.

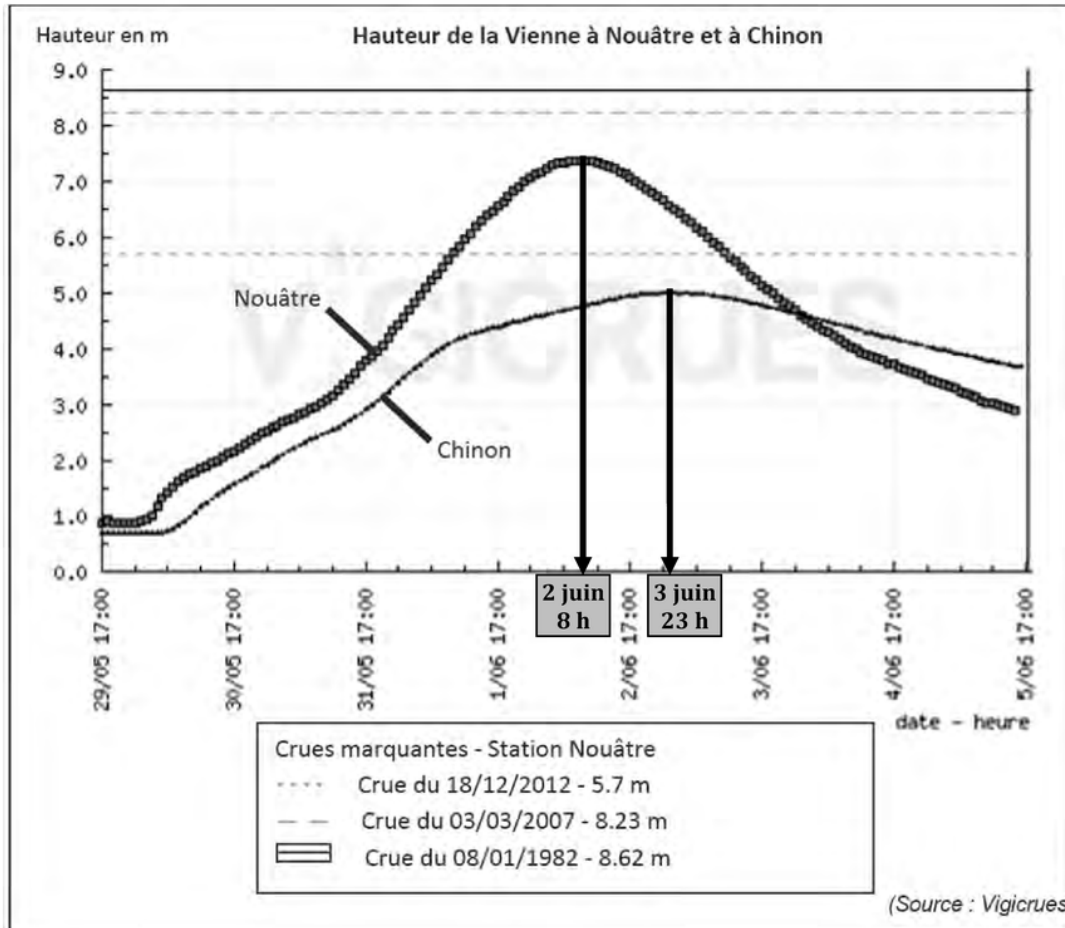
2) Nombre d'heures durant lequel le niveau d'eau a été supérieur au niveau maximum de la crue du 18 décembre 2012

Par lecture graphique, on repère les abscisses des deux points d'intersection de la courbe avec la droite en pointillée soit : le 1 juin à environ 8 h et le 03 juin à environ 11 h. Donc le niveau d'eau est supérieur au niveau maximum de la crue du 18 décembre 2012 pendant environ **51 heures**.

Remarque :

Compte tenu de l'épaisseur du tracé de la courbe, et de l'échelle utilisée pour les abscisses, il paraît raisonnable d'accepter une approximation de 3 h pour les valeurs lues sur le graphique.

3) a) Nombre d'heures écoulées entre le pic de la crue de Nouâtre et le pic de la crue de Chinon



Toujours par lecture graphique, le pic de la crue de Nouâtre est atteint le 02 juin à environ 8 h et celui de Chinon est atteint le 02 juin à environ 23 h soit une durée d'environ **15 heures**.

Remarque :

Compte tenu de l'épaisseur des tracés des courbes, et de l'échelle utilisée pour les abscisses, il paraît raisonnable d'accepter pour le pic de la crue de Nouâtre une valeur comprise entre 5 h et 11 h (le 2 juin) et pour le pic de la crue de Chinon une valeur comprise entre 17 h (le 2 juin) et 5 h (le 3 juin).

3) b) Station la plus en amont de la rivière

D'après le graphique, le pic de la crue de Nouâtre est antérieur à celui de Chinon, on peut donc en déduire que **c'est Nouâtre qui est situé le plus en amont de la rivière**.

Remarque :

On suppose ici que seule l'interprétation du graphique est à prendre en compte (il n'est pas attendu d'inclure dans le raisonnement des éléments géographiques comme par exemple la présence ou non d'affluents).

PARTIE B : précipitations et récupérateur d'eau

1) a) Volume d'eau tombée sur la toiture de la grange

Calcul de l'aire de la toiture : $40 \text{ dm} \times 62 \text{ dm} = 2480 \text{ dm}^2$

Calcul du volume d'eau récupérée pour 31,7 mm de précipitation : $2480 \text{ dm}^2 \times 0,317 \text{ dm} = 786,16 \text{ dm}^3$.

Sachant que 1 dm^3 correspond à 1 L, on en déduit que **le volume d'eau tombée sur la toiture est d'environ 790 L.**

Note concernant la hauteur de précipitation :

La hauteur de précipitation quantifie et mesure la quantité de précipitation tombée, pluie, grêle, neige, par définition, sur une surface horizontale pendant une unité de temps.

1) b) Volume d'eau recueillie dans le réservoir

Le volume d'eau recueillie dans le réservoir correspond à 90% du volume d'eau tombée sur le toit,

$$\text{soit } \frac{790 \text{ L} \times 90}{100} = 711 \text{ L.}$$

Le volume d'eau recueillie est de 711 L.

1) c) Remplissage de la citerne

Calcul du volume de la citerne en dm^3 : le volume de la citerne est celui d'une sphère de rayon 6,2 dm et d'un cylindre de rayon 6,2 dm et de hauteur 16,6 dm.

$$V_{\text{citerne}} = \frac{4}{3} \pi (6,2 \text{ dm})^3 + \pi (6,2 \text{ dm})^2 \times 16,6 \text{ dm}; \quad \text{donc } V_{\text{citerne}} \approx 3003 \text{ dm}^3$$

La citerne contient donc environ 3003 L, son quart est environ 750 L. Or, 711 L est inférieur à 750 L et représente donc moins d'un quart de la citerne.

L'affirmation est donc vraie.

2) a) Pourcentage d'augmentation des précipitations

La hauteur des précipitations relevée en mai 2015 est de 46,6 mm et celle relevée en mai 2016 est de 121,1 mm.

Méthode 1 :

Soit x le pourcentage d'augmentation, on peut écrire :

$$46,6 \text{ mm} \times \left(1 + \frac{x}{100}\right) = 121,1 \text{ mm}$$

$$\text{donc } \frac{x}{100} = \frac{121 \text{ mm}}{46,6 \text{ mm}} - 1; \quad \text{soit } x \approx 160.$$

L'augmentation des précipitations est donc de 160 %.

Méthode 2 :

On calcule l'augmentation de la hauteur des précipitations : $(121,1 \text{ mm} - 46,6 \text{ mm})$ que l'on rapporte à 100. Ce qui peut se traduire par le tableau de proportionnalité suivant (où x représente le pourcentage d'augmentation) :

$121,1 \text{ mm} - 46,6 \text{ mm}$	$46,6 \text{ mm}$
x	100

$$\text{D'où } x = \frac{(121,1 - 46,6) \times 100}{46,6} \approx 160.$$

L'augmentation des précipitations est donc de 160 %.

2) b) Quand la cuve sera-t-elle à nouveau pleine ?

90 % de la pluviométrie est récupérée dans la cuve.

Pour qu'elle soit pleine, il faut que le volume d'eau tombée du toit soit d'environ $\frac{3003 \text{ dm}^3}{0,9}$.

$$\text{La hauteur des précipitations qu'il faut pour remplir la cuve est } h = \frac{3003 \text{ dm}^3}{0,9 \times 2480 \text{ dm}^2}$$

soit environ 1,345 dm ou encore 135 mm en arrondissant au mm.

On fait le cumul des précipitations présentes dans le tableau à partir d'octobre 2015, jusqu'à atteindre ou dépasser 135 mm : $26,0 \text{ mm} + 43,9 \text{ mm} + 18,8 \text{ mm} + 77,9 \text{ mm} = 166,6 \text{ mm}$.

Il faut donc attendre janvier 2016 pour que le cumul des précipitations dépasse 135 mm.

PARTIE C : péniche et pont

1) Rayon de l'arche

On appelle x la mesure en m du rayon OA. D'après l'énoncé (CO) est l'axe de symétrie de la figure donc le triangle AIO est rectangle en I. On en déduit aussi que I est le milieu de [AB]

$$\text{d'où } AI = \frac{AB}{2} = 12 \text{ m.}$$

Remarque :

Dans les réponses qui suivent, afin d'alléger l'écriture des calculs, on s'autorise un abus de notation dans les calculs, en assimilant les longueurs et leurs mesures en mètres, par exemple en écrivant $AI = 12$ au lieu de $AB = 12 \text{ m}$.

D'après le théorème de Pythagore on a :

$$x^2 = AI^2 + IO^2 = 12^2 + (x - 5)^2 = 12^2 + x^2 - 10x + 25 = x^2 - 10x + 169$$

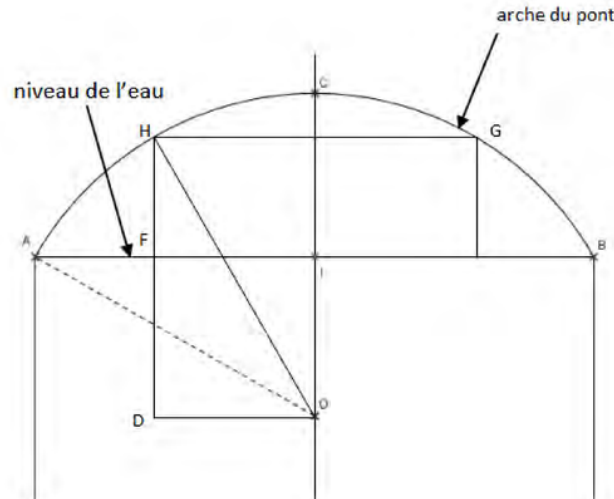
$$\text{Il vient : } 10x = 169 \quad \text{d'où } x = 16,9.$$

Le rayon OA de l'arche est bien de 16,9 mètres.

2) Passage de la péniche sous le pont

Méthode 1 :

Soit J un point de l'arche et K son projeté orthogonal sur (OC) tel que $IK = 4 \text{ m}$.



On cherche à savoir si la longueur JK est supérieure ou égale à la moitié de celle de la péniche.

Le triangle OJK est rectangle, on peut donc appliquer le théorème de Pythagore :

$$OJ^2 = JK^2 + KO^2$$

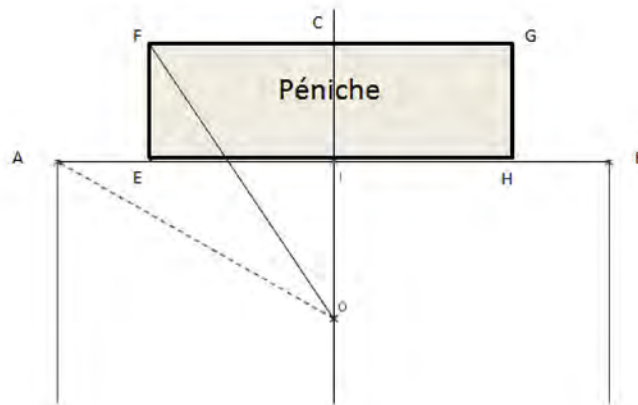
$$JK^2 = OJ^2 - KO^2 = 16,9^2 - 15,9^2.$$

$$\text{D'où } JK = \sqrt{16,9^2 - 15,9^2} = \sqrt{32,8} \quad \text{et } \sqrt{32,8} \approx 5,73.$$

La longueur JK est donc d'environ 5,73 m.

La longueur JK est inférieure à 6 mètres, donc la péniche ne pourra pas passer sans dommage.

Méthode 2 :



On suppose que la péniche est positionnée sous le pont de telle sorte que (OC) soit un axe de symétrie de celle-ci (donc I milieu de [EH]). On cherche à calculer OF pour le comparer au rayon OA de l'arche. On appelle J l'intersection de (OC) et de (FG).

Le triangle OFJ est rectangle en J.

On peut appliquer le théorème de Pythagore.

$$OF^2 = FJ^2 + OJ^2 = 6^2 + 15,9^2$$

$$\text{d'où } OF = \sqrt{6^2 + 15,9^2} = \sqrt{288,81} \quad \text{et } \sqrt{288,81} \approx 16,99.$$

La longueur OF est donc 16,99 m en arrondissant au cm.

Le rayon de l'arche du pont étant de 16,9 mètres, la péniche ne passera pas sans dommage.

L'affirmation 1 « La couleur de la 147^e perle sera rouge. » est vraie.

Une série est composée de 6 perles.

$147 = 24 \times 6 + 3$ donc la 147^e perle s'obtient en enfilant 24 séries de 6 perles puis 3 perles : 1 jaune et 2 rouges.

La couleur de la 147^e perle est donc rouge.

L'affirmation 2 « Au final, il a payé 112 € pour cet article. » est vraie.

Méthode 1 :

Soit P le prix initial de l'article acheté par Arthur. D'après l'énoncé, le montant de la réduction est donné par le calcul $P \times 0,3$. On doit donc résoudre l'équation $P \times 0,3 = 48$ €

$$\text{soit } P = \frac{48 \text{ €}}{0,3} = 160 \text{ €}.$$

Ainsi, le prix effectivement payé est $160 \text{ €} - 48 \text{ €} = 112 \text{ €}$.

Méthode 2 :

Si le prix final de l'article après remise de 48 € est 112 €, son prix initial est $112 \text{ €} + 48 \text{ €} = 160 \text{ €}$.

La réduction de 30 % d'un article coûtant 160 € se calcule ainsi : $160 \text{ €} \times \frac{30}{100}$.

On obtient bien une réduction d'un montant de 48 €.

L'affirmation 3 « Pour les 24 km de randonnée, sa vitesse moyenne est de 5 km/h. » est fausse.

Si le randonneur marche pendant 12 km à 6 km/h, la durée de marche est $\frac{12 \text{ km}}{6 \text{ km/h}} = 2 \text{ h}$.

Si le randonneur marche pendant 12 km à 4 km/h, la durée de marche est $\frac{12 \text{ km}}{4 \text{ km/h}} = 3 \text{ h}$.

Ainsi, le randonneur a marché pendant 5 h pour parcourir 24 km.

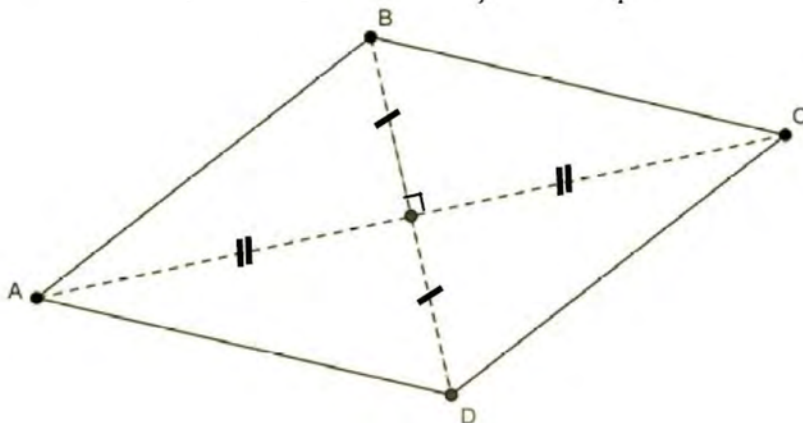
Sa vitesse moyenne est donc $\frac{24 \text{ km}}{5 \text{ h}} = 4,8 \text{ km/h}$.

L'affirmation 4 « ABCD est un carré » est fausse.

ABCD est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu, on peut donc affirmer que c'est un parallélogramme. De plus, ses diagonales sont perpendiculaires, ce parallélogramme est donc un losange. Néanmoins, on ne peut pas affirmer qu'il s'agit d'un carré car on se sait rien sur la longueur des diagonales.

Autre méthode : à l'aide d'un contre-exemple

Le quadrilatère ABCD de la figure ci-dessous satisfait aux conditions énoncées (diagonales perpendiculaires et de même milieu) et n'est pas un carré.



Le lancer du dé à 6 faces conduit à 6 issues équiprobables : 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

Le lancer du dé à 4 faces conduit à 4 issues équiprobables : 1, 2, 3 et 4.

1) a) Probabilité d'obtenir 3

La probabilité d'obtenir un 3 avec le dé à 6 faces est $\frac{1}{6}$, celle avec le dé à 4 faces est $\frac{1}{4}$.

$$\frac{1}{4} > \frac{1}{6},$$

donc la probabilité d'obtenir un 3 est plus importante avec le dé à 4 faces.

1) b) Probabilité d'obtenir un multiple de 3

Les multiples de 3 présents sur le dé à six faces sont 3 et 6. Le seul multiple de 3 présent sur le dé à quatre faces est 3.

La probabilité d'obtenir un multiple de 3 avec le dé à 6 faces est $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, celle avec le dé à 4 faces est $\frac{1}{4}$.

$$\frac{1}{3} > \frac{1}{4},$$

donc la probabilité d'obtenir un multiple de 3 est plus importante avec le dé à 6 faces.

1) c) Probabilité d'obtenir un nombre plus grand sur le dé à 4 faces

L'ensemble des issues possibles lors du lancer des deux dés peut être donné par le tableau ci-dessous :

Dé à 6 faces Dé à 4 faces	1	2	3	4	5	6
1	(1 ; 1)	(1 ; 2)	(1 ; 3)	(1 ; 4)	(1 ; 5)	(1 ; 6)
2	(2 ; 1)	(2 ; 2)	(2 ; 3)	(2 ; 4)	(2 ; 5)	(2 ; 6)
3	(3 ; 1)	(3 ; 2)	(3 ; 3)	(3 ; 4)	(3 ; 5)	(3 ; 6)
4	(4 ; 1)	(4 ; 2)	(4 ; 3)	(4 ; 4)	(4 ; 5)	(4 ; 6)

Sur les 24 cas possibles, il y en a 10 pour lesquels le nombre inscrit sur le dé à 4 faces est supérieur ou égal à celui inscrit sur le dé à 6 faces (cases grises).

La probabilité cherchée est donc $\frac{10}{24} = \frac{5}{12}$.

2) a) Probabilité d'obtenir une somme paire

On reprend le tableau précédent en y faisant apparaître la somme des nombres obtenus sur les deux dés :

Dé à 6 faces Dé à 4 faces	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10

Sur les 24 cas possibles, il y en a 12 pour lesquels la somme est paire.

On peut alors calculer la probabilité d'obtenir une somme paire :

$$\frac{12}{24} = \frac{1}{2}.$$

Autre méthode :

La somme sera paire si les nombres sur chacun des deux dés ont la même parité.

La probabilité que les deux nombres soient pairs est $\frac{1}{4}$.

La probabilité que les deux nombres soient impairs est $\frac{1}{4}$.

La probabilité d'avoir une somme paire est donc :

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

2) b) Probabilité d'obtenir une somme strictement supérieure à 3

Dé à 6 faces Dé à 4 faces	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10

On reprend ci-dessus le tableau précédent dans lequel les cases présentant une somme strictement supérieure à 3 ont été grisées.

Sur les 24 cas possibles, il y en a 21 pour lesquels la somme est strictement supérieure à 3.

Cela permet de calculer la probabilité d'obtenir une somme strictement supérieure à 3 :

$$\frac{21}{24} = \frac{7}{8}.$$

Autre méthode :

Seuls trois couples ont une somme strictement inférieure à 3 : $(1 ; 1)$, $(1 ; 2)$ et $(2 ; 1)$.

Il y a donc 21 ($24 - 3$) couples avec une somme strictement supérieure à 3 d'où le calcul de la probabilité demandée.

1) Réponse pour la valeur 5

Si l'élève prend la valeur 5, le programme remplace x par 5 dans l'expression $3x + 7$.

Il calcule donc $3 \times 5 + 7$ et trouve 22.

Or $22 \neq 40$.

Le logiciel affiche donc : « Et non désolé, ce n'est pas le nombre mystère, essaie encore ! » lorsque l'élève entre le nombre 5.

2) Nombre mystère

Pour trouver le nombre mystère, il faut résoudre l'équation $3x + 7 = 40$ soit $x = 11$.

Donc le nombre mystère est 11.

Pour obtenir en retour le message « Bravo ! Tu as trouvé le nombre mystère. », l'élève doit entrer le nombre 11.

Remarque préliminaire :

L'énoncé nous fournit la formule $D = \frac{V}{3 \times T}$ donnant le débit D de la perfusion en fonction du volume V à perfuser et de la durée T de la perfusion. Afin d'alléger les écritures, dans tout ce corrigé, D , V et T ne désigneront pas les grandeurs mais leurs mesures avec pour unités respectives le millilitre pour le volume, l'heure pour la durée et la goutte par minute pour le débit.

1) Débit de la perfusion

1,5 L représente 1500 mL et une journée représente 24 heures.

La mesure du débit, en gouttes par minute, s'obtient en utilisant la formule donnée soit $D = \frac{1500}{3 \times 24} = \frac{125}{6}$.

$\frac{125}{6} \approx 21$ en arrondissant à l'unité comme demandé.

Le débit doit donc être de 21 gouttes par minute pour transfuser 1,5 L en un jour.

2) Volume perfusé en une heure et quart

Le débit de la perfusion est de 6 gouttes par minute et la durée de la perfusion est une heure et quart, soit cinq quarts d'heure. On a donc ici :

$$D = 6 \text{ et } T = \frac{5}{4}.$$

$$\text{Il vient : } V = D \times 3 \times T = 6 \times 3 \times \frac{5}{4} = 13,5.$$

Donc le volume de liquide perfusé en une heure et quart sera 13,5 mL avec un débit de 6 gouttes par minute.

3) Durée de la perfusion pour un volume de 250 mL et un débit de 8 gouttes par minute

On a ici : $V = 250$ et $D = 8$.

De la formule $D = \frac{V}{3 \times T}$, on déduit en multipliant par T et en disant par D les deux membres de l'égalité :

$$T = \frac{V}{3D} = \frac{250}{3 \times 8} = \frac{125}{12}$$

La durée de cette perfusion est donc $\frac{125}{12}$ h.

Comme 1 h = 60 min, on peut exprimer cette durée en minutes :

$$\frac{125}{12} \times 60 = 625 \text{ min.}$$

On a : $625 \text{ min} = 10 \times 60 \text{ min} + 25 \text{ min} = 10 \text{ h} + 25 \text{ min.}$

La durée de la perfusion est donc 10 h et 25 min.