

A. Lectures graphiques

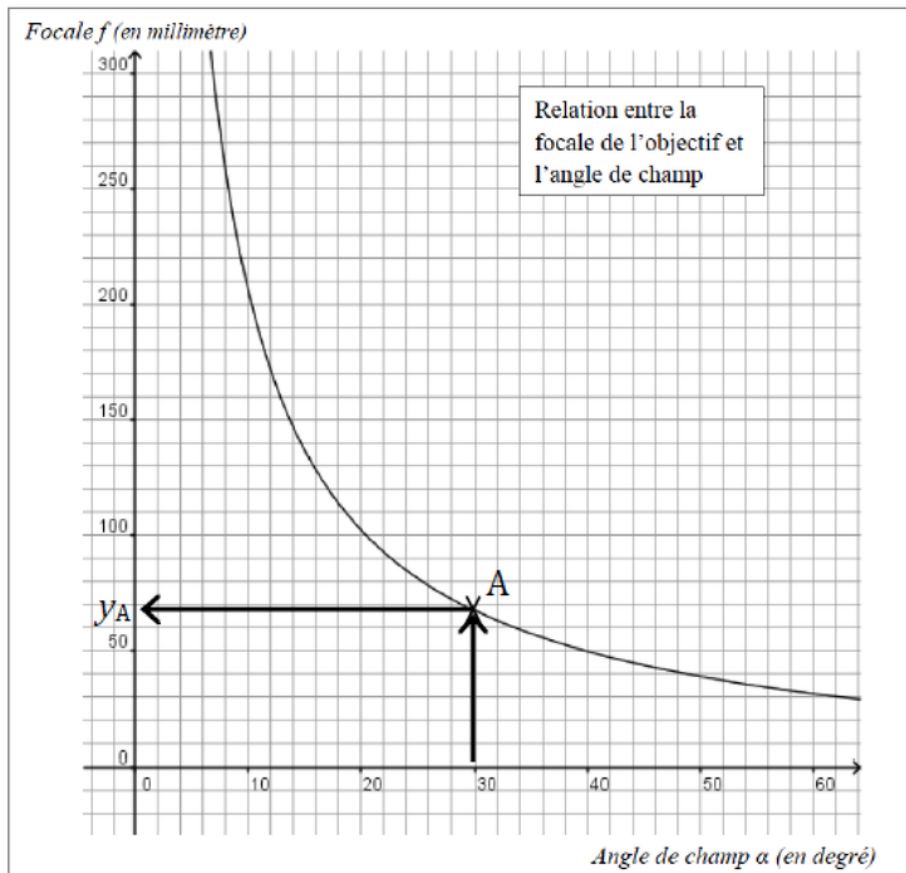
Remarques préliminaires :

Toute lecture graphique permet d'estimer **une valeur approchée** mais ne donne pas la valeur exacte.

Les mesures de longueur auxquelles il est fait référence dans ce corrigé ont été effectuées sur la figure du sujet en page 25 de ces annales. Les figures qui suivent peuvent être à des échelles différentes.

1. Identification de la focale correspondant à un angle de 30°

Chercher, à l'aide du graphique, la focale correspondant à un angle de 30° nécessite d'identifier le point A d'abscisse 30 qui appartient à la courbe, puis d'obtenir son ordonnée y_A (sur l'axe des ordonnées) en se référant à l'échelle retenue pour la graduation.



Plusieurs méthodes sont envisageables pour obtenir une valeur approchée de y_A .

Méthodes 1 : en se référant au support quadrillé

Le quadrillage présent sur le graphique induit une unité de graduation sur l'axe des ordonnées.

Méthode 1.1. : passage par l'unité de graduation

On estime y_A en dénombrant les unités de graduation. Or 1 unité sur le quadrillage correspond à 10 mm.

Donc sur l'axe des ordonnées environ $6 + \frac{3}{4}$ (en unités) correspondent à (en mm) :

$$y_A = \left(6 + \frac{3}{4}\right) \times 10 = 67,5.$$

Pour un angle de 30°, la focale est d'environ 68 mm.

Méthode 1.2. : estimation de la mesure de l'unité de graduation

1 unité sur le quadrillage mesure environ 4 mm et correspond à 10 mm dans la réalité. Ainsi, 10 mm dans la réalité correspondent à 4 mm environ sur le graphique.

Mesure sur le graphique (en mm)	4	27
Mesure dans la réalité (en mm)	10	y_A

On en déduit la mesure (en mm) dans la réalité : $\frac{10 \times 27}{4} \approx 67,5$ (valeur approchée à 10^{-1} près).

Pour un angle de 30° , la focale est d'environ 68 mm.

Remarque :

Dans cette méthode, la longueur de référence est très petite, ce qui rend l'erreur d'approximation plus importante. Un candidat aurait pu retenir 3,9 mm ce qui aurait donné un résultat approché de 69,2 mm.

Méthodes 2 : en réalisant un changement d'échelle sans appui sur le support quadrillé

Méthode 2.1. : utilisation du produit en croix

Sur le graphique, on constate que 50 mm sont représentés sur l'axe des ordonnées par une longueur de 20 mm environ. Or y_A correspond à une longueur de 25 mm environ sur le graphique.

Mesure de la focale (en mm)	50	y_A
Mesure approchée sur le graphique (en mm)	20	27

On en déduit la mesure (en mm) de la focale : $\frac{27 \times 50}{20} \approx 67,5$ (valeur approchée à 10^{-1} près).

Pour un angle de 30° , la focale est d'environ 68 mm.

Méthode 2.2. : calcul de l'échelle

On constate que 50 mm dans la réalité correspondent à environ 20 mm sur le graphique. L'échelle de ce graphique est alors donnée par : $\frac{\text{mesure (en mm) sur le graphique}}{\text{mesure (en mm) dans la réalité}} = \frac{20}{50}$.

Par conséquent, la longueur y_A correspondant à 27 mm sur le graphique vérifie l'égalité suivante : $\frac{20}{50} \times y_A = 27$ mm.

Soit : $y_A = 27 \text{ mm} \times \frac{50}{20}$. Donc : $y_A \approx 67,5$ mm (valeur approchée à 10^{-1} près).

Pour un angle de 30° , la focale est d'environ 68 mm.

2. Identification de l'angle correspondant à une focale de 100 mm

Chercher, à l'aide du graphique, l'angle correspondant à la focale de 100 mm nécessite tout d'abord d'identifier le point B d'ordonnée 100 appartenant à la courbe, puis d'obtenir son abscisse x_B en se référant à l'échelle retenue pour la graduation (voir figure page suivante).

Plusieurs méthodes sont envisageables pour obtenir une valeur approchée de l'abscisse.

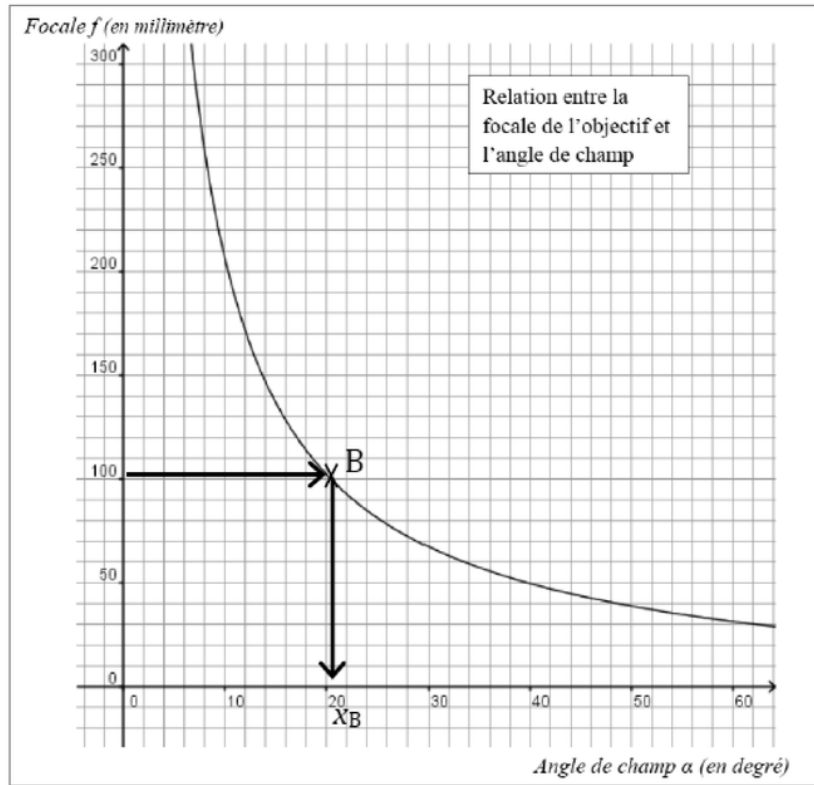
Méthode 1 : en se référant au support quadrillé

Le quadrillage présent sur le graphique induit une unité sur l'axe des abscisses. Sur le graphique, 5 unités sur l'axe des abscisses représentent 10° . Par conséquent, une unité représente 2° . x_B est représenté par un segment de mesure de longueur (en unités) environ $10 + \frac{1}{4}$. Par conséquent, la mesure de l'angle en degrés est : $x_B = \left(10 + \frac{1}{4}\right) \times 2 \approx 20,5$ (valeur approchée à 10^{-1} près).

Pour une focale de 100 mm, l'angle est d'environ $20,5^\circ$.

Remarque :

Dans cette méthode, on aurait pu proposer comme valeur approchée représentant x_B (en unités) : $10 + \frac{1}{3}$ ou $10 + \frac{4}{10}$, ou toute autre valeur comprise entre 10,25 et 10,5 ...



Méthode 2 : en se référant à la mesure (en cm) sur l'axe des abscisses

Sur le graphique, on constate que 60° sont représentés sur l'axe des abscisses par un segment de longueur 11,75 cm. Par ailleurs, l'abscisse cherchée correspond sur le graphique à un segment de longueur 4 cm environ.

Mesure du segment sur l'axe des abscisses (en cm)	11,75	4
Mesure de l'angle (en $^\circ$)	60	x_B

On en déduit : $x_B = \frac{60 \times 4}{11,75} \approx 20,4$ (valeur approchée à 10^{-1} près).

Pour une focale de 100 mm, l'angle est d'environ $20,4^\circ$.

3. Angles de champ obtenus pour une focale comprise entre 55 mm et 200 mm

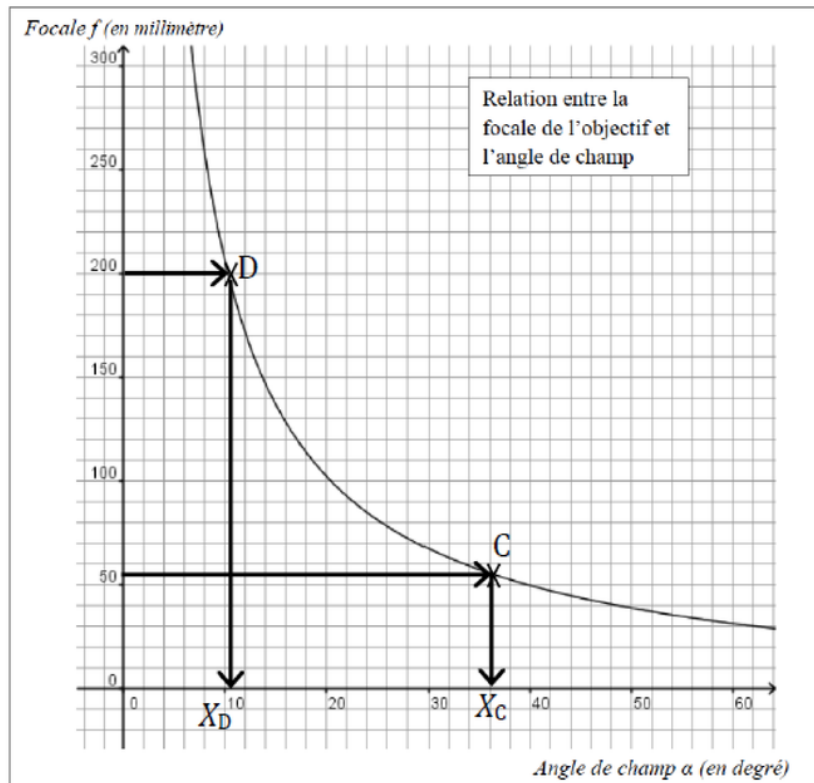
(voir figure en page suivante)

On note C le point de la courbe d'ordonnée égale à 55 et D celui d'ordonnée égale à 200.

Les focales comprises entre 55 mm et 200 mm sont associées aux points de la courbe situés entre les points C et D. Puisque la fonction est continue et décroissante sur cet intervalle, les angles correspondants sont les abscisses de tous les points de la courbe situés entre C et D : les valeurs recherchées sont tous les nombres de l'intervalle $[x_D, x_C]$.

Remarque :

La notion de fonction continue n'est pas exigible d'un candidat au CRPE, mais elle est nécessaire pour pouvoir affirmer que les nombres qui conviennent sont bien ceux de l'intervalle $[x_D, x_C]$.



Pour estimer x_D et x_C , on emploie l'une des deux méthodes citées dans la partie précédente.

Méthode 1 : en se référant au support quadrillé

Mesure de la longueur sur l'axe des abscisses (en nombre de carreaux)	1	$5 + \frac{2}{10}$	18
Mesure de l'angle correspondant (en °)	2	$x_D = \left(5 + \frac{2}{10}\right) \times 2 = 10,4$	$x_C = 18 \times 2 = 36$

Remarque :

On aurait pu proposer $5 + \frac{1}{4}$ pour la mesure de la longueur correspondant à x_D , ce qui aurait conduit au résultat suivant : $x_D = 10,5$.

Pour une focale comprise entre 55 et 200 mm, les angles de champ correspondant sont compris entre 10,5° et 36° environ.

Méthode 2 : en se référant à la mesure en cm sur l'axe des abscisses

En reprenant le tableau de la Méthode 2 (question 2.) :

Mesure de la longueur du segment sur l'axe des abscisses (en cm)	11,75	2,05	7,1
Mesure de l'angle (en °)	60	x_D	x_C

On en déduit : $x_D = \frac{60 \times 2,05}{11,75} \approx 10,5$ et $x_C = \frac{60 \times 7,1}{11,75} \approx 36,3$ (valeur approchée à 10^{-1} près).

Pour une focale comprise entre 55 et 200 mm, les angles de champ correspondant sont compris entre 10,5° et 36,3° environ.

B. Prises de vue dans un théâtre

1. a) Détermination de la largeur L de la scène photographiée

Dans la formule donnée dans l'énoncé, toutes les mesures de distance doivent être exprimées dans la même unité. On choisit le millimètre. Ainsi : $D = 12\,000$. De plus on sait que : $l = 36$ et $f = 35$.

En utilisant la formule et en remplaçant D , l et f par leur valeur dans la formule on obtient l'équation

$$\text{suivante : } \frac{12\,000}{35} = \frac{L}{36} + 1.$$

$$\text{Soit : } \frac{12\,000}{35} - 1 = \frac{L}{36} \quad \text{ou : } \frac{12\,000 - 35}{35} = \frac{L}{36} \quad \text{donc : } L = \frac{36 \times 11\,965}{35}.$$

Ainsi : $L \approx 12306$ (valeur approchée à 0,1 près par défaut).

La largeur de la scène photographiée est alors d'environ 12 306 mm, soit d'environ 12,3 m (arrondi au dixième de mètre).

Remarque :

On aurait pu choisir une autre unité de mesure de longueur. Par exemple, le choix du mètre aurait conduit à

l'égalité : $\frac{12}{0,035} = \frac{L}{0,036} + 1$. La largeur L aurait alors été exprimée en mètres : $L \approx 12,3$ (valeur approchée à 0,1 près par défaut).

1. b) Détermination des focales permettant que la largeur de la scène photographiée soit au moins aussi grande que la largeur du théâtre

La largeur de la scène du théâtre est : $15\text{ m} = 15\,000\text{ mm}$.

Comme dans la question précédente, toutes les mesures de longueur sont exprimées en millimètres.

Dans cette question, on veut déterminer les focales pour que L soit supérieure ou égale à 15 000.

Méthode 1 : par le calcul de la focale correspondant à $L = 15\,000$

Pour calculer la focale correspondant à $L = 15\,000$, on utilise de nouveau la formule avec $D = 12\,000$ et

$$l = 36, \text{ et on obtient : } \frac{12\,000}{f} = \frac{15\,000}{36} + 1.$$

$$\text{Soit : } \frac{12\,000}{f} = \frac{15\,036}{36} \quad \text{ou } f = \frac{36 \times 12\,000}{15\,036}.$$

Ainsi : $f \approx 28,73$ (valeur approchée par défaut à 10^{-2} près).

La focale correspondant à une largeur de scène de 15 m est d'environ 28,73 mm.

D'après le schéma de l'appareil photo, l'angle de champ α et la largeur de la scène photographiée L sont en relation : la distance D à la scène étant constante, plus l'angle α est grand, plus la largeur L est grande.

De plus, le graphique donné partie A, montre que pour augmenter l'angle de champ α (donc la largeur L), il faut diminuer la focale. Pour que la largeur de la scène photographiée soit supérieure à 15 m, il faut alors que la focale soit inférieure à 28,73 mm.

Le photographe peut donc utiliser toutes les focales inférieures (ou égales) à 28 mm.

Méthode 2 : raisonnement sur les inégalités

$$\text{Si } L \geq 15\,000, \text{ et puisque } l = 36, \text{ on a : } \frac{L}{l} + 1 \geq \frac{15\,000}{36} + 1.$$

$$\text{Or d'après la formule : } \frac{L}{l} + 1 = \frac{D}{f}.$$

$$\text{En remplaçant } \frac{L}{l} + 1 \text{ par } \frac{D}{f} \text{ dans l'inégalité précédente, on obtient : } \frac{D}{f} \geq \frac{15\,000}{36} + 1.$$

$$\text{Or } D = 12\,000, \text{ donc : } \frac{12\,000}{f} \geq \frac{15\,000}{36} + 1 \quad \text{soit } \frac{12\,000}{f} \geq \frac{15\,036}{36}.$$

$$\text{Alors : } \frac{1}{f} \geq \frac{15\,036}{36 \times 12\,000} \quad \text{donc } f \leq \frac{36 \times 12\,000}{15\,036} \quad \text{et ainsi } f \leq \frac{432\,000}{15\,036}.$$

Comme $\frac{432\,000}{15\,036} \approx 28,73$ (valeur approchée par défaut à 10^{-2} près), alors $f \leq 28$.

Le photographe peut utiliser toutes les focales inférieures à 28 mm.

2. Véracité de l'affirmation « Si on est placé deux fois plus loin de la scène, il faut une focale deux fois plus longue pour photographier la même largeur de scène »

L'affirmation donnée sous-entend que l'appareil photo utilisé est le même. Dans ce cas, la largeur du capteur numérique l ne change pas.

Par ailleurs, la largeur L de scène photographiée ne change pas. Par conséquent $\frac{L}{l} + 1$ ne change pas.

Pour finir, d'après la formule, le rapport $\frac{D}{f}$ ne change pas non plus.

Alors, si on multiplie D par 2, pour que le rapport $\frac{D}{f}$ reste identique il faut aussi multiplier f par 2.

L'affirmation est donc vraie.

C. Étude théorique

1. a) Justification du parallélisme des droites (AH) et (A'K)

D'après l'énoncé, le point C appartient à la droite (HK).

Le codage sur la figure indique que la droite (HK) est perpendiculaire aux droites (AB) et (A'B'), que le point H appartient au segment [AB] et que le point K appartient au segment [AA']. Alors les droites (AB) et (AH) (et respectivement (A'B') et (A'K)) sont confondues.

On en déduit que les droites (AH) et (A'K) sont toutes les deux perpendiculaires à (HK).

Les droites (AH) et (A'K) sont donc parallèles.

1. b) La droite (HK) est un axe de symétrie de la figure

Méthode 1 : utilisation des droites particulières du triangle

D'après le codage de la figure, H est le milieu du segment [AB]. Ainsi la droite (HK) est perpendiculaire au segment [AB] et passe par son milieu. Dans le triangle ABC, la droite (HK) est alors médiatrice de [AB].

De plus (HK) passe par le sommet C. Le triangle ABC est donc isocèle en C.

Par conséquent, la droite (HK) est également axe de symétrie du triangle ABC.

Par un raisonnement identique, on montre que le triangle A'B'C est isocèle en C, car la droite (CK) est médiatrice du côté [A'B'], et qu'elle est axe de symétrie de A'B'C car elle passe par le sommet C.

La droite (HK) est donc l'axe de symétrie des deux triangles, et par conséquent **la droite (HK) est axe de symétrie de la figure.**

Méthode 2 : identification des images des points de la figure par la symétrie d'axe (HK)

Remarque :

La droite (d) est axe de symétrie d'un segment [MM'] (autrement dit M' est l'image du point M par la symétrie d'axe (d)) si et seulement si (d) est la médiatrice de ce segment.

D'après le codage de la figure, H est le milieu du segment [AB]. Ainsi la droite (HK) est perpendiculaire au segment [AB] et passe par son milieu. On en déduit que (HK) est la médiatrice du segment [AB]. Alors dans la symétrie d'axe (HK), l'image de A est B, et l'image du segment [AB] est lui-même (la symétrie axiale conserve l'alignement, donc l'image d'un segment est un segment).

De même, le codage de la figure indique que K est le milieu du segment [A'B']. Ainsi la droite (HK) est perpendiculaire au segment [A'B'] et passe par son milieu. On en déduit que (HK) est la médiatrice du segment [A'B'] et par suite que l'image de A' par la symétrie d'axe (HK) est B' et l'image du segment [A'B'] est lui-même.

Par conséquent, l'image du segment [AA'] est le segment [BB'].

Comme C, H et K appartiennent à l'axe de symétrie (HK), ils sont leur propre image et l'image du segment [HK] est lui-même.

Ainsi tous les points de la figure ont pour image un point de la figure par la symétrie d'axe (HK).

On en déduit que (HK) est axe de symétrie de la figure.

2. Justification de l'égalité $\frac{CH}{CK} = \frac{AH}{A'K}$

D'après l'énoncé, les droites (AA') et (HK) se coupent en C. Par ailleurs nous avons montré (question 1.a.) que (AH) est parallèle à (A'K). Ainsi, les deux triangles AHC et A'KC sont en configuration de Thalès.

D'après le théorème de Thalès dans les triangles AHC et CKA' : $\frac{CH}{CK} = \frac{AH}{A'K}$.

3. Démonstration de la relation $\frac{L}{l} + 1 = \frac{D}{f}$

D'après le schéma donné Partie C : $CK = f$.

Puisque C, H et K sont alignés : $CH = HK - CK = D - f$.

Alors : $\frac{CH}{CK} = \frac{D-f}{f} = \frac{D}{f} - \frac{f}{f} = \frac{D}{f} - 1$.

De plus : $AH = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} L$ et $A'K = \frac{1}{2} A'B' = \frac{1}{2} l$.

Alors : $\frac{AH}{A'K} = \frac{\frac{1}{2}L}{\frac{1}{2}l} = \frac{L}{l}$.

En remplaçant dans l'égalité de rapport démontrée à la question précédente, on obtient : $\frac{D}{f} - 1 = \frac{L}{l}$.

Ou encore : $\frac{D}{f} = \frac{L}{l} + 1$.

Remarque préliminaire :

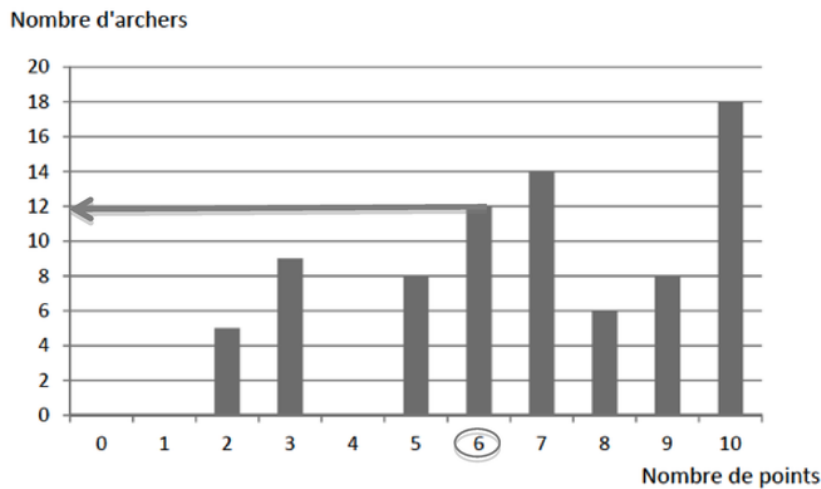
Le diagramme proposé présente le nombre d'archers du club A ayant obtenu un nombre de points donné (compris entre 0 et 10), pendant le championnat. En revanche, le diagramme ne présente pas le nombre de points obtenus par un archer donné.

1. a) Nombre d'archers ayant gagné exactement six points au cours du championnat

Remarque :

Cette question porte implicitement sur les archers du club A.

Par lecture directe du graphique, on peut déterminer sur l'axe des ordonnées combien d'archers du club A ont obtenu de 0 à 10 points :

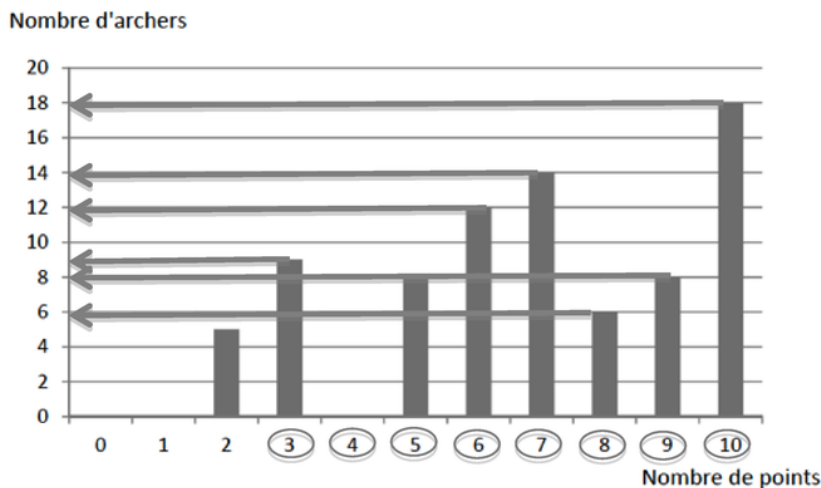


12 archers du club A ont obtenu exactement six points lors de ce championnat.

1. b) Nombre d'archers (du club A) ayant gagné trois points ou plus au cours du championnat

Méthode 1 : calcul direct du nombre d'archers

Les archers ayant obtenu « trois points ou plus » correspondent à ceux qui ont obtenu trois points, quatre points, cinq points, six points, sept points, huit points, neuf points ou dix points. De même que dans la question précédente, on peut obtenir chacun de ces nombres par lecture directe du graphique : 9 archers ont gagné trois points ; aucun n'a gagné quatre points ; 8 ont gagné cinq points ; 12 ont gagné six points ; 14 ont gagné sept points ; 6 ont gagné huit points ; 8 ont gagné neuf points ; 18 ont gagné dix points.



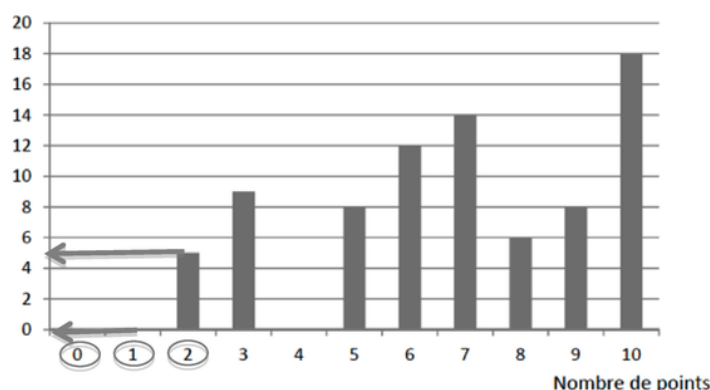
Pour calculer le nombre d'archers ayant obtenu trois points ou plus lors de ce championnat, on peut ajouter le nombre d'archers ayant obtenu de 3 à 10 points, soit : $9 + 8 + 12 + 14 + 6 + 8 + 18 = 75$.

Ainsi 75 archers du club A ont gagné au moins trois points au cours du championnat.

Méthode 2 : utilisation du complément à 80

En connaissant le nombre total d'archers (80), on peut procéder par complément. Le nombre d'archers ayant obtenu trois points ou plus est le complément à 80 du nombre d'archers ayant obtenu zéro, un ou deux points. De même que dans la question précédente, on peut obtenir chacun de ces nombres par lecture directe du graphique : 5 archers ont gagné deux points mais aucun n'a gagné zéro ou un point. Ainsi 5 archers ont gagné zéro, un ou deux points.

Nombre d'archers



La réponse est donc : $80 - 5 = 75$.

75 archers du club A ont gagné au moins trois points au cours du championnat.

1. c) Score médian des archers du club A

Le score médian des archers du club est le score qui permet de partager l'ensemble des archers du club ayant participé au championnat en deux parties comprenant le même nombre d'archers. Il y a 80 archers, la moitié de l'effectif est donc 40.

Méthode 1 :

Le nombre d'archers ayant obtenu un score inférieur ou égal à six est : $5 + 9 + 8 + 12 = 34$.

Le nombre d'archers ayant obtenu un score inférieur ou égal à sept est : $34 + 14 = 48$.

On peut en déduire que 40 archers au moins ont obtenu un score inférieur ou égal à sept, et 40 archers au moins ont obtenu un score supérieur ou égal à sept.

Le score médian des archers du club A est alors égal à sept.

Méthode 2 :

Le nombre d'archers ayant obtenu un score supérieur ou égal à huit est : $6 + 8 + 18 = 32$.

Le nombre d'archers ayant obtenu un score supérieur ou égal à sept est : $6 + 8 + 18 + 14 = 46$.

Ainsi 40 archers au moins ont obtenu un score supérieur ou égal à 7, et on en déduit que 40 archers au moins ont obtenu un score inférieur ou égal à sept.

Le score médian des archers du club A est alors égal à sept.

2. a) Comparaison des scores moyens des deux clubs

Pour le club A, le score moyen est le rapport entre la somme des points obtenus par tous les archers et le nombre total d'archers soit :

$$\frac{5 \times 2 + 9 \times 3 + 8 \times 5 + 12 \times 6 + 14 \times 7 + 6 \times 8 + 8 \times 9 + 18 \times 10}{80} = \frac{547}{80} = 6,8375.$$

Pour le club B, nous savons que son score moyen est de 7 points.

On peut en conclure que le club B a un score moyen plus élevé que le club A.

2. b) Comparaison des scores des dix meilleurs archers des deux clubs

Dans le club A, la lecture directe du graphique indique que 18 archers ont réalisé le score maximal de 10. Les 10 meilleurs archers du club A ont donc obtenu 10 points. Par conséquent leur score moyen est 10. De plus nous savons que les dix meilleurs archers du club B ont un score moyen de 9,9 points.

On peut en conclure que, pour les dix meilleurs archers, le club A a un score moyen plus élevé que le club B.

1. Validité de l'affirmation de Nicolas

Il y a dans cette question une ambiguïté concernant le terme « gagner ».

Si « gagner » signifie « gagner la partie », alors quelle que soit la règle choisie, tous les joueurs ont la même chance de gagner avec le même matériel. **L'affirmation de Nicolas n'a alors pas de sens.**

On peut également interpréter « gagner » comme « gagner le droit de prendre un élément du cochon (en supposant qu'on a déjà pris le corps), pour un lancer de dé donné ». Puisque les dés ne sont pas truqués, on peut obtenir un nombre de 1 à 6 de façon équiprobable. La probabilité d'obtenir un 1 est donc égale à celle d'obtenir un 2 à chaque tirage. **L'affirmation de Nicolas est donc fausse.**

2. Validité de l'affirmation de Sophie

Remarque préliminaire :

Dans cette correction, on interprète l'affirmation de Sophie comme « la probabilité d'obtenir un 1 (au moins) est deux fois plus importante que celle d'obtenir un double 1 ». Cela suppose que Sophie a déjà pris le corps de son cochon et cherche principalement à obtenir les oreilles et la queue du cochon.

Méthode 1 : utilisation d'un tableau à double entrée

On peut représenter sous forme d'un tableau à double entrée les différentes issues possibles suite à un lancer des deux dés :

	1	2	3	4	5	6
1	<u>(1 ; 1)</u>	(1 ; 2)	(1 ; 3)	(1 ; 4)	(1 ; 5)	(1 ; 6)
2	(2 ; 1)	(2 ; 2)	(2 ; 3)	(2 ; 4)	(2 ; 5)	(2 ; 6)
3	(3 ; 1)	(3 ; 2)	(3 ; 3)	(3 ; 4)	(3 ; 5)	(3 ; 6)
4	(4 ; 1)	(4 ; 2)	(4 ; 3)	(4 ; 4)	(4 ; 5)	(4 ; 6)
5	(5 ; 1)	(5 ; 2)	(5 ; 3)	(5 ; 4)	(5 ; 5)	(5 ; 6)
6	(6 ; 1)	(6 ; 2)	(6 ; 3)	(6 ; 4)	(6 ; 5)	(6 ; 6)

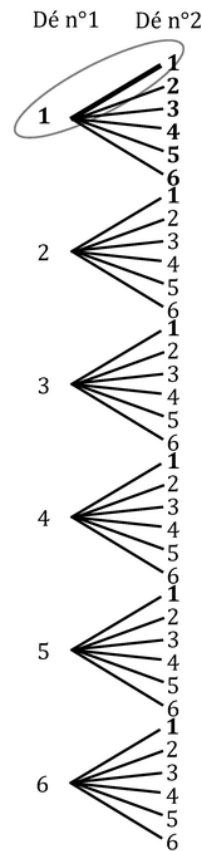
Sur ces 36 possibilités, une seule (en gras et soulignée dans le tableau) permet d'obtenir exactement deux 1 et douze (en gras dans le tableau) permettent d'obtenir un 1 (dans dix cas possibles, un seul dé présente la face 1 ; et dans un cas, les deux dés présentent la face 1). On a douze fois plus de chances d'obtenir exactement deux 1 que d'obtenir au moins un 1.

Si on considère que Sophie a déjà pris le corps de son cochon et qu'elle lance les dés pour tenter d'obtenir les attributs (les oreilles et la queue) de l'animal, on peut conclure de ce qui précède que son affirmation est fausse.

Méthode 2 : utilisation d'un arbre de choix ou d'un tableau

On peut représenter sous forme d'un tableau ou d'un arbre de choix les différentes issues possibles suite à un lancer des deux dés :

Dé n°1	Dé n°2
1	1
	2
	3
	4
	5
	6
2	1
	2
	3
	4
	5
	6
3	1
	2
	3
	4
	5
	6
4	1
	2
	3
	4
	5
	6
5	1
	2
	3
	4
	5
	6
6	1
	2
	3
	4
	5
	6



Sur ces 36 possibilités, une seule (entourée dans l'arbre) permet d'obtenir exactement deux 1 et douze (en gras) permettent d'obtenir un 1. On a douze fois plus de chances d'obtenir exactement deux 1 que d'obtenir au moins un 1.

Si on considère que Sophie a déjà pris le corps de son cochon et qu'elle lance les dés pour tenter d'obtenir les attributs de l'animal, on peut conclure de ce qui précède que son affirmation est fausse.

Remarque :

On peut également considérer que si Sophie obtient un double 1, elle prendra la queue plutôt que les oreilles. Dans ce cas, il y a dix chances d'obtenir une oreille et une seule d'obtenir la queue. Elle a dix fois plus de chances d'obtenir exactement deux 1 que d'obtenir exactement un 1. **L'affirmation reste fausse.**

3. Probabilité qu'un joueur ne puisse pas prendre le corps du cochon au cours des deux premiers tours de jeu

Méthode 1 :

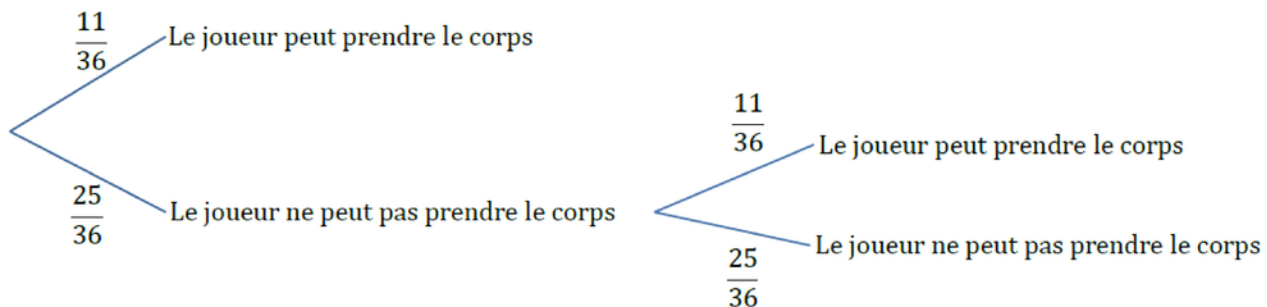
Grâce au tableau précédent, on peut en déduire que suite à un lancer des deux dés, il y a 25 possibilités parmi les 36 issues possibles de ne pas obtenir de 6, soit une probabilité de $\frac{25}{36}$.

Or deux lancers sont deux événements indépendants. Suite à deux lancers successifs, la probabilité de ne pas obtenir de 6 est donc : $\frac{25}{36} \times \frac{25}{36} = \frac{625}{1296}$.

La probabilité qu'un joueur ne puisse pas prendre le corps du cochon après deux tours de jeux est $\frac{625}{1296}$ (soit environ 0,48).

Remarque :

On peut également s'appuyer sur un arbre de probabilité.



Méthode 2 :

Grâce au tableau précédent, on peut en déduire que suite à un lancer des deux dés, il y a 11 possibilités parmi les 36 issues possibles d'obtenir au moins un 6. Par conséquent, le nombre de possibilités de ne pas en obtenir est de : $36 - 11 = 25$.

La probabilité de ne pas obtenir un 6 suite à un lancer des deux dés est alors de $\frac{25}{36}$.

Or deux lancers sont deux événements indépendants. Suite à deux lancers successifs, la probabilité de ne pas obtenir de 6 est donc : $\frac{25}{36} \times \frac{25}{36} = \frac{625}{1296}$.

La probabilité qu'un joueur ne puisse pas prendre le corps du cochon après deux tours de jeux est $\frac{625}{1296}$ (soit environ 0,48).

Méthode 3 :

Pour chaque lancer d'un dé, la probabilité de ne pas obtenir un 6 est $\frac{5}{6}$.

Deux lancers de deux dés reviennent à lancer quatre fois un dé car tous ces événements sont indépendants. La probabilité qu'un joueur ne puisse pas prendre le corps du cochon après deux tours de jeux est alors : $\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{625}{1296}$.

La probabilité qu'un joueur ne puisse pas prendre le corps du cochon après deux tours de jeux est $\frac{625}{1296}$ (soit environ 0,48).

Remarque :

La valeur approchée de la probabilité n'était pas attendue dans cet exercice.

1. Interprétation de la valeur de la cellule E13

Chaque cellule de ce tableau à double entrée présente la mesure de l'espace minimal (en m) calculée en fonction de la capacité en sièges du véhicule et de la mesure de la vitesse (en m/s) de ce même véhicule.

Ainsi, la valeur de la cellule E13 correspond à la distance minimale de 18 m à respecter entre deux véhicules de 4 sièges (valeur de la cellule E2) évoluant à la vitesse de 3 m/s (valeur de la cellule B13).

2. Formule pouvant être saisie en E3

Méthode 1 : explicitation de la formule

Pour calculer en E3 l'espace minimal entre deux véhicules, il faut considérer la vitesse (valeur donnée en B3) et le nombre de sièges (valeur donnée en E2). La formule « brute » serait alors : « = B3 * (4 + E2/2) ».

Lors de la recopie vers le bas de cette formule, les lignes de B3 et E2 seraient incrémentées ce qui signifie par exemple qu'en E4, la formule serait alors : « = B4 * (4 + E3/2) ».

L'utilisation du contenu de la cellule E3 dans cette formule conduit à un résultat erroné puisqu'en E4, la formule doit être : « = B4 * (4 + E2/2) ».

La cellule E2 de la formule initiale ne doit donc pas être modifiée en cas de recopie vers le bas : il convient alors de bloquer la ligne 2 avec un \$. La formule à saisir en E3 pour que la recopie vers le bas permette un calcul correct pourrait donc être : « = B3 * (4 + E\$2/2) ».

Alors la formule « = \$B3 * (4 + E\$2/2) » permet à la fois une recopie vers la droite et vers le bas, ce qui conduit à un calcul correct.

Par ailleurs, la formule « = B3 * (4 + 4/2) » recopiée vers le bas conduit aussi à un calcul correct dans la colonne E, puisque la valeur donnée en E2 est bien 4. En revanche la formule ne donnera pas les bons résultats si on la recopie vers la droite.

Méthode 2 : étude des formules proposées dans le tableau

Les valeurs dans la colonne E correspondent aux résultats des calculs pour un télésiège de 4 places (valeur de la cellule E2 qui doit rester fixe) à différentes vitesses (correspondant aux valeurs des cellules de la colonne B). Ainsi la formule « = B3 * (4 + E2/2) » est incorrecte car la recopie vers le bas induit le changement de cellule E2 vers E3, E4

La formule recherchée doit pouvoir être recopiée vers le bas pour l'ensemble des cellules de la colonne E. Par conséquent les formules « = 2 * (4 + 4/2) » et « = 12 » ne sont pas correctes car elles induisent des valeurs identiques égales à 12 pour toutes les cellules recopiées.

De même la formule « = \$B\$3 * (4 + \$E\$2/2) » ne convient pas car elle bloque toutes les cellules de la formule initiale.

La formule « = B3 * (4 + 4/2) » recopiée vers le bas dans la colonne E conduit aux résultats attendus puisqu'elle donne la valeur de la cellule E2.

La formule « = \$B3 * (4 + E\$2/2) » recopiée vers le bas dans la colonne E conduit également aux résultats attendus puisqu'elle bloque la ligne 2.

Le tableau suivant récapitule ces résultats :

Formule	Choix possible	Commentaire
= \$B3 * (4 + E\$2/2)	Oui	C'est la formule qui permettrait de remplir tout le tableau par recopie vers le bas et à droite.
= B3 * (4 + E2/2)	Non	Le nombre de sièges ne sera pas correct.
= 2 * (4 + 4/2)	Non	C'est la même valeur qui sera recopiée.
= B3 * (4 + 4/2)	Oui	Le nombre de sièges est fixé par une valeur. Cette formule ne permet pas la recopie à droite.
= 12	Non	C'est la même valeur qui sera recopiée.
= \$B\$3 * (4 + \$E\$2/2)	Non	La cellule B3 est fixée, la formule recopiée ne tiendra compte que de la vitesse en B3 (2 m/s) et le résultat sera invariant (12 m/s) quelle que soit la ligne.

La formule à saisir en E3 pour que la recopie vers le bas permette un calcul correct est donc « = B3 * (4 + 4/2) » ou bien « = \$B3 * (4 + E\$2/2) ».

3. Cohérence de l'affirmation avec les données de l'exercice

La lecture du tableau nous permet de savoir que l'espace minimal entre deux véhicules de 4 sièges évoluant à la vitesse de 2,3 m/s est de 13,8 m (cellule E6). Ainsi la mesure du débit de ce télésiège (exprimée en personnes par heure) est : $D = 3600 \times 4 \times \frac{2,3}{13,8} = 2400$.

Ce résultat est bien le débit maximum atteint lorsque la distance entre deux véhicules est minimale.

L'affirmation est donc exacte si on tient compte des données de l'énoncé.

4. Vitesse fournissant le meilleur débit

Pour un télésiège à 4 places et d'une vitesse de 2 m/s, l'espacement minimal est 12 m et la mesure du débit, exprimée en personnes par heure est : $D_1 = 3600 \times 4 \times \frac{2}{12} = 2400$.

Pour un télésiège à 4 places et d'une vitesse de 3 m/s, l'espacement minimal est 18 m et la mesure du débit, exprimée en personnes par heure est : $D_2 = 3600 \times 4 \times \frac{3}{18} = 2400$.

Pour des vitesses de 2 m/s ou 3 m/s, le débit est identique.

La vitesse de 2 m/s ne fournira pas de meilleur débit que la vitesse de 3 m/s.

Remarques :

Sans calculer les débits, on peut remarquer que $\frac{2}{12} = \frac{3}{18}$ et conclure à l'égalité des débits.

Pour résoudre cette question, il est également envisageable d'utiliser les deux expressions algébriques données dans l'énoncé pour exprimer le débit, puis en déduire que le débit ne dépend que de n (c'est l'objet de la question suivante que nous traitons ci-dessous). Puisque le débit ne dépend pas de la vitesse, alors il est identique pour des vitesses de 2 m/s ou 3 m/s.

5. Expression du débit en fonction du nombre de sièges par véhicule

D'après les questions précédentes, on sait que :

$$D = 3600 \times n \times \frac{V}{E}. \quad (1) \quad \text{et} \quad E = V \left(4 + \frac{n}{2} \right). \quad (2).$$

Méthode de calcul 1 :

On a donc :

$$D = 3600 \times n \times \frac{V}{V \left(4 + \frac{n}{2} \right)} = \frac{3600 \times n}{\frac{8+n}{2}} = \frac{7200 \times n}{8+n}.$$

Dans le cas où on choisit l'espacement minimal en fonction de la vitesse, le débit peut bien s'exprimer uniquement en fonction du nombre de sièges par véhicule.

Par conséquent, le débit est indépendant de la vitesse, ce qui confirme le résultat de la question précédente.

Méthode de calcul 2 :

$$\text{De (2) on déduit : } \frac{E}{V} = 4 + \frac{n}{2}.$$

$$\text{Soit : } \frac{V}{E} = \frac{1}{4 + \frac{n}{2}} = \frac{1}{\frac{8+n}{2}} = \frac{2}{8+n}.$$

$$\text{En remplaçant dans (1) } \frac{V}{E} \text{ par sa valeur en fonction de } n, \text{ on obtient : } D = 3600 \times n \times \frac{2}{8+n} = \frac{7200 \times n}{8+n}.$$

Dans le cas où on choisit l'espacement minimal en fonction de la vitesse, le débit peut bien s'exprimer uniquement en fonction du nombre de sièges par véhicule.

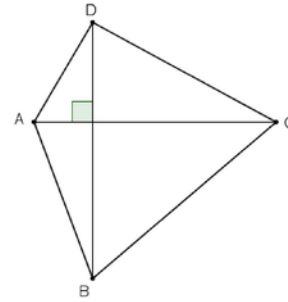
Par conséquent, le débit est indépendant de la vitesse, ce qui confirme le résultat de la question précédente.

1. Affirmation 1

Méthode 1 : exhibition d'un contre-exemple

L'affirmation est fausse, le contre-exemple ci-contre permet de le justifier.

Le quadrilatère ABCD a bien ses diagonales perpendiculaires, ce n'est pas un losange car ses côtés ne sont pas de même longueur (ou ses diagonales ne se coupent pas en leur milieu).



Méthode 2 : utilisation des propriétés des diagonales des losanges

Un losange est un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires **et** se coupent en leur milieu. Or rien ne dit dans l'énoncé que les diagonales du quadrilatère ABCD se coupent en leur milieu.

L'affirmation est donc fausse.

Méthode 3 : utilisation des propriétés des familles de quadrilatères particuliers

Un losange est un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires. Or rien ne dit dans l'énoncé que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme. ABCD n'est donc pas forcément un losange.

L'affirmation est fausse.

Remarque :

En revanche, « Si les diagonales d'un **parallélogramme** sont perpendiculaires alors c'est un losange » est une affirmation vraie.

2. Affirmation 2

Méthode 1 : méthode algébrique

Soit p le prix initial d'un article. Le montant d'une remise de 25 % sur ce prix est : $0,25 \times p$.

Le prix après remise est : $p_1 = p - 0,25 \times p = (1 - 0,25) \times p = 0,75 \times p$.

De même, le prix p_2 après une remise de 20 % de p_1 est : $p_2 = p_1 - 0,2 \times p_1 = (1 - 0,2) \times p_1 = 0,8 \times p_1$.

Ainsi : $p_2 = 0,8 \times p_1 = 0,8 \times 0,75 \times p = 0,6 \times p = (1 - 0,4) \times p = p - 0,4 \times p$.

Carine bénéficie bien d'une réduction de 40 % du prix initial.

L'affirmation est donc vraie.

Méthode 2 : utilisation de coefficients de proportionnalité

On peut directement interpréter les pourcentages de réduction en coefficients :

- une réduction de 25 % sur un prix revient à multiplier ce prix par 0,75 ;
- une réduction de 20 % sur un prix revient à multiplier ce prix par 0,8.

Ainsi, une réduction de 25% suivie d'une réduction de 20 % sur le prix initial de l'article revient à multiplier ce prix d'abord par 0,75, puis par 0,8 c'est-à-dire par $0,75 \times 0,8$.

Or : $0,75 \times 0,8 = 0,6$.

Multiplier le prix initial par 0,6 revient à une réduction de 40 % sur ce prix.

L'affirmation est donc vraie.

Remarque :

La procédure qui consiste uniquement à calculer le prix après double réduction d'un article dont le prix initial aurait été fixé (par exemple à 100€) sans expliciter la généralisation, ne permet pas de conclure. Elle ne constitue donc pas une réponse attendue.

3. Affirmation 3

Méthode 1 : utilisation d'un contre-exemple

On suppose par exemple qu'il y a 16 garçons dans la classe.

Alors le nombre de filles dans la classe est : $\frac{3}{4} \times 16 = 12$.

On en déduit le nombre total d'élèves dans la classe : $16 + 12 = 28$.

Ainsi la proportion de garçons dans cette classe est de $\frac{16}{28}$.

Or : $\frac{16}{28} = \frac{4}{7}$ et $\frac{4}{7} \neq \frac{1}{4}$.

On en conclut que l'affirmation est fausse.

Remarque :

Le choix d'un multiple de 4 (comme 16) donne des nombres entiers d'enfants mais d'autres nombres conduisant à des situations moins réalistes conduisent également à un raisonnement mathématiquement correct.

Méthode 2 : raisonnement algébrique

On note g le nombre de garçons dans la classe. Alors le nombre de filles dans la classe est : $\frac{3}{4} \times g = \frac{3g}{4}$.

On en déduit le nombre total d'élèves dans la classe : $g + \frac{3g}{4} = \frac{4g}{4} + \frac{3g}{4} = \frac{7g}{4}$.

Ainsi la proportion de garçons dans cette classe est de :

$$\frac{\frac{g}{\frac{7g}{4}}}{1} = \frac{g}{1} \times \frac{4}{7g} = \frac{4g}{7g} = \frac{4}{7}.$$

$$\text{Or : } \frac{16}{28} = \frac{4}{7} \text{ et } \frac{4}{7} \neq \frac{1}{4}.$$

On en conclut que l'affirmation est fausse.

Méthode 3 : mise en équation

Soit f le nombre de filles de la classe, g le nombre de garçons et e le nombre d'élèves.

On a $f = \frac{3}{4}g$ et $f + g = e$.

$$\text{Ainsi : } \frac{3}{4}g + g = e \quad \text{soit : } \frac{3}{4}g + \frac{4}{4}g = e \quad \text{ou : } \frac{7}{4}g = e.$$

C'est-à-dire : $g = \frac{4}{7}e$.

Ainsi le nombre de garçons représente $\frac{4}{7}$ des élèves de la classe. Or : $\frac{4}{7} \neq \frac{1}{4}$.

On en conclut que l'affirmation est fausse.

Méthode 4 : raisonnement arithmétique

Comme le nombre de filles est égal aux trois quarts du nombre de garçons, cela signifie qu'il y a moins de filles que de garçons dans cette classe. Les garçons représentent plus de la moitié des élèves de la classe, autrement dit la proportion de garçons dans la classe est supérieure à un demi : elle ne peut donc être égale à un quart ce qui contredit l'affirmation.

L'affirmation est donc fausse.

4. Affirmation 4

Dans la division euclidienne de a par 7, le quotient est q_1 et le reste 3.

Ainsi : $a = 7 \times q_1 + 3$ avec $0 \leq 3 < 7$.

Dans la division euclidienne de b par 7, le quotient est q_2 et le reste 4.

Ainsi : $b = 7 \times q_2 + 4$ avec $0 \leq 4 < 7$.

On a donc : $a + b = (7 \times q_1 + 3) + (7 \times q_2 + 4) = 7 \times (q_1 + q_2) + 7 = 7 \times (q_1 + q_2 + 1)$.

Méthode 1 : étude du reste de la division euclidienne

Cette égalité traduit le fait que le reste de la division euclidienne de $a + b$ par 7 est nul.

L'affirmation est donc vraie.

Méthode 2 : étude de la divisibilité par 7

On peut conclure de l'égalité que $a + b$ est divisible par 7.

L'affirmation est donc vraie.