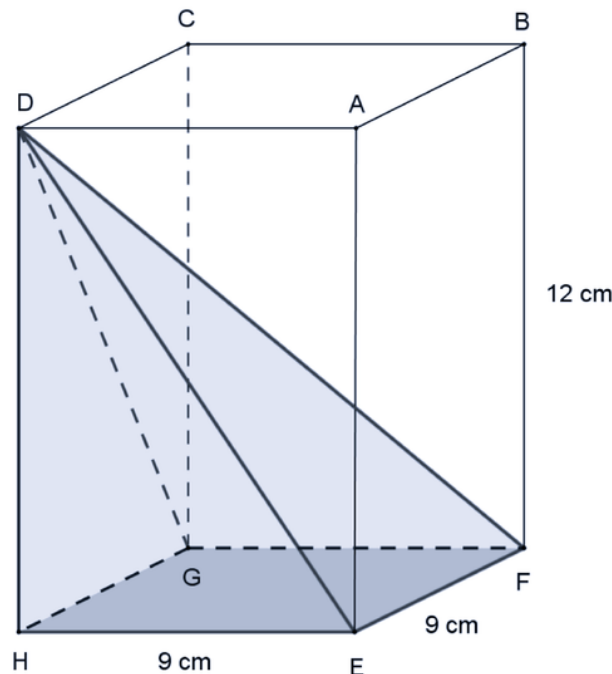


L'objet de ce problème est l'étude d'une pyramide en verre, destinée à être remplie de sable pour constituer un objet de décoration.

Cette pyramide est inscriptible dans un pavé droit, comme indiqué sur la figure ci-dessous.

Le pavé droit a pour dimensions : 9 cm de longueur, 9 cm de largeur et 12 cm de hauteur.



Les parties B et C sont indépendantes de la partie A.

PARTIE A : réalisation d'un patron de la pyramide

- 1) a) Calculer les longueurs DE et DG.
b) Quelle est la nature du triangle DGF ? Du triangle DEF ? (On ne demande pas de justification.)
- 2) Tracer sur la copie (sans justification) un patron de cette pyramide à l'échelle 1/3

La pyramide est remplie avec du sable de deux couleurs différentes : la partie inférieure avec du sable rouge et la partie supérieure avec du sable blanc.

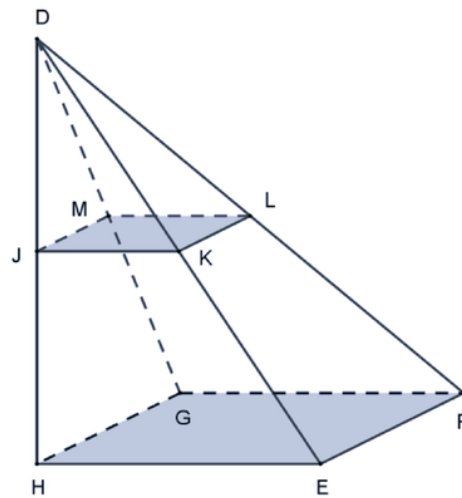
Sur la figure ci-contre, le point J indique la hauteur à laquelle s'arrête le sable rouge ; les deux couleurs de sable sont délimitées par le plan parallèle à la base de la pyramide DEFGH passant par le point J. La section est un quadrilatère JKLM où les points K, L, M appartiennent respectivement aux segments [DE], [DF] et [DG].

La pyramide DJKLM est une réduction de la pyramide DEFGH.

PARTIE B : étude d'un cas particulier

Dans cette partie, on donne $JH = 2$ cm.

- 1) Quelle est la nature du quadrilatère JKLM ? Justifier.
- 2) Calculer les longueurs JK et JM en justifiant les calculs.
- 3) Déterminer le volume B de sable blanc et le volume R de sable rouge contenus dans la pyramide.

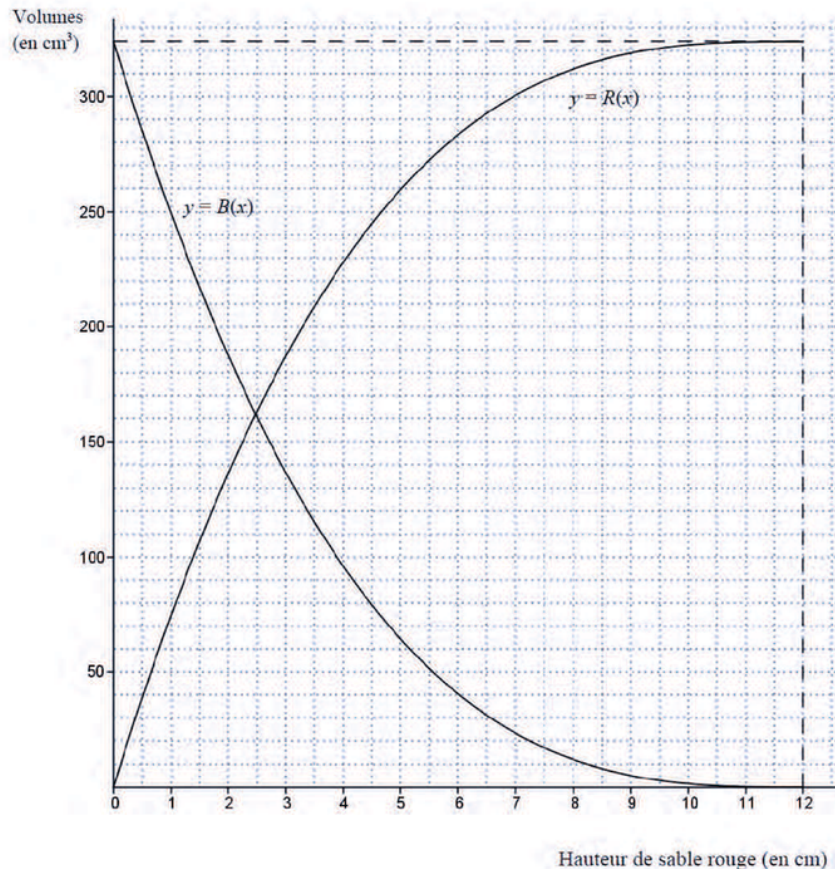


Rappel : volume d'une pyramide = $\frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$

PARTIE C : étude du cas général

Dans cette partie la hauteur JH de sable rouge est variable. On note x cette hauteur, exprimée en centimètre, et respectivement $B(x)$ et $R(x)$ les volumes de sable blanc et de sable rouge contenus dans la pyramide, exprimés en fonction de x et en centimètre cube.

- 1) Quelles sont les valeurs possibles pour x ?
- 2) On a tracé ci-après les représentations graphiques des fonctions B et R dans un repère du plan :



En utilisant ce graphique, répondre aux questions suivantes :

- a) Si la hauteur de sable rouge est 5 cm, quels sont les volumes respectifs de sable blanc et de sable rouge dans la pyramide ?
 - b) Si la hauteur de sable blanc est 5 cm, quels sont les volumes de sable blanc et de sable rouge dans la pyramide ?
 - c) Donner un encadrement au centimètre près de la hauteur de sable rouge pour laquelle les volumes des deux sables sont égaux.
- 3) a) Montrer que $B(x) = 0,1875 (12 - x)^3$.
- b) En déduire les valeurs exactes des réponses aux questions C 2) a).

D'après le manuel « Triangles 3^{ème} » (éditions Hatier).

Carole, partie en vacances 10 jours, a laissé le robinet du lavabo de la salle de bain entrouvert. Le débit de ce robinet était 3 litres par minute (L/min).

Dans la ville où habite Carole, le prix moyen de l'eau est 3,50 € le m³.

Calculer les conséquences financières de la négligence de Carole.

Simon lance deux dés équilibrés à six faces, numérotées 1, 2, 3, 4, 5 et 6, puis il additionne les deux nombres obtenus. Il prétend qu'il a autant de chances d'obtenir une somme égale à 7, qu'une somme égale à 5. Est-ce exact ?

Une petite entreprise emploie 7 personnes, dont 3 femmes.

Voici quelques informations sur le salaire mensuel des personnels :

Salaires des hommes :

1250 € ; 1400 € ; 1600 € ; 3200 €

Salaires des femmes :

salaire médian : 1875 € ; salaire moyen : 1700 € ; étendue des salaires : 1000 €

Le patron de l'entreprise veut embaucher une femme supplémentaire pour respecter la parité.

Calculer le salaire qu'il doit verser à cette nouvelle recrue pour que les salaires moyens des hommes et des femmes soient égaux.

Un fleuriste reçoit 12 tulipes et 18 roses pour faire des bouquets. Il souhaite utiliser toutes ses fleurs et composer des bouquets identiques (même nombre de roses et même nombre de tulipes). Quelles sont ses différentes possibilités ?