

1. (a) Volume du cône : $V_c = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 30^2 \times 90 = 27\,000 \pi \text{ cm}^3$.

Volume de la demi-boule : $V_b = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 = \frac{2}{3} \times \pi \times 30^3 = 18\,000 \pi \text{ cm}^3$.

Volume total : $V_t = V_c + V_b = 27\,000 \pi \text{ cm}^3 + 18\,000 \pi \text{ cm}^3 = 45\,000 \pi \text{ cm}^3$

(b) $45\,000 \pi \text{ cm}^3 = 45 \pi \text{ dm}^3 = 45 \pi \text{ L} \approx 141 \text{ L}$ (à l'entier près).

2. On sait que le triangle SON est un triangle rectangle en O . Donc d'après le théorème de Pythagore :

$$SN^2 = SO^2 + ON^2$$

$$SN^2 = 30^2 + 90^2 = 9\,000 \text{ donc } SN = \sqrt{9\,000} \text{ cm.}$$

3. L'aire totale est la somme de l'aire de la demi-sphère et celle de la surface latérale du cône de révolution.

$$A_{\text{totale}} = \pi \times 30 \times \sqrt{9\,000} + \frac{1}{2} \times 4 \times \pi \times 30^2 \approx 14\,596 \text{ cm}^2 \text{ (à l'unité près).}$$

Soit une aire d'environ $1,5 \text{ m}^2$ (au dixième près).

4. (a) Les longueurs sont multipliées par 1,25.

(b) Dans un agrandissement de coefficient 1,25, les aires sont multipliées par $1,25^2$.

L'aire du ballon sonde à 4500 m d'altitude est donc : $1,5 \text{ m}^2 \times 1,25^2 \approx 2,3 \text{ m}^2$.

(c) Dans un agrandissement de coefficient 1,25, les volumes sont multipliés par $1,25^3$.

$45 \pi \text{ L} \times 1,25^3 \approx 276 \text{ L}$ (au litre près).

5. On cherche les nombres a et b tels que : $t(x) = ax + b$.

On sait que $t(0) = b = 15$ et que $t(4\,500) = 4\,500a + 15 = -12$ donc $4\,500a = -27$ d'où $a = \frac{-27}{4\,500} = -0,006$.

Finalement $t(x) = -0,006x + 15$.

6. On cherche x tel que :

$$-0,006x + 15 \leq 0 \text{ (on soustrait 15 aux deux membres)}$$

$$-0,006x \leq -15 \text{ (on divise les deux membres par } -0,006 \text{ qui est négatif, on change le sens de l'inégalité)}$$

$$x \geq \frac{-15}{-0,006}$$

$$x \geq 2\,500$$

À partir de 2 500 m la température devient négative.

7. Le ballon se trouve à une altitude de 5 000 m lorsque la température a baissé de 30°C et atteint -15°C .