

Rappels des formules de volumes de solides usuels

- Volume du parallélépipède rectangle : $V = \text{longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}$
- Volume du prisme droit et du cylindre : $V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$
- Volume de la pyramide et du cône : $V = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$
- Volume de la boule : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3$

Dans tout ce problème, on s'intéresse à une boisson réalisée à partir d'un sirop et d'eau.

Pour réaliser cette boisson à partir de ce sirop, le fabricant préconise de mélanger :
« 1 volume de sirop pour 7 volumes d'eau ».

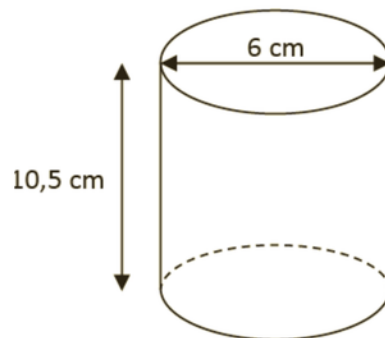
PARTIE A : boisson à base de sirop

- 1) En suivant la préconisation ci-dessus pour réaliser la boisson :
 - a) Quel volume de boisson (sirop + eau) obtient-on avec 5 cL de sirop ?
 - b) Quel volume de sirop faut-il pour obtenir 24 cL de boisson ?
- 2) Avec cette préconisation, quel pourcentage du volume de la boisson le volume de sirop représente-t-il ?

Dans les parties **B**, **C** et **D**, les verres sont modélisés par des cylindres et des cônes.

PARTIE B : des verres cylindriques

Vincent a des verres cylindriques dont les dimensions sont 6 cm pour le diamètre et 10,5 cm pour la hauteur.



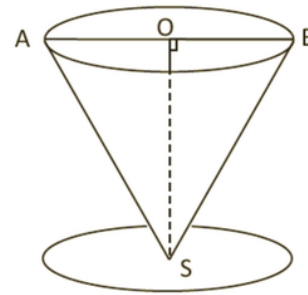
- 1) Montrer que la contenance du verre est environ 29,7 cL.
- 2) Vincent veut faire des marques sur ses verres afin d'aider ses enfants à réaliser une boisson composée de 3 cL de sirop.
 - a) À quelle hauteur, au millimètre près, doit-il positionner la marque correspondant au volume de sirop ?
 - b) S'il respecte la préconisation d'un volume de sirop pour sept volumes d'eau, à quelle hauteur, au millimètre près, doit-il positionner la marque correspondant au volume total de la boisson ?

PARTIE C : des verres coniques

Pour l'anniversaire de ses enfants, Vincent n'a pas assez de verres cylindriques, il sort donc ses anciens verres coniques.

Un exemplaire est représenté ci-contre.

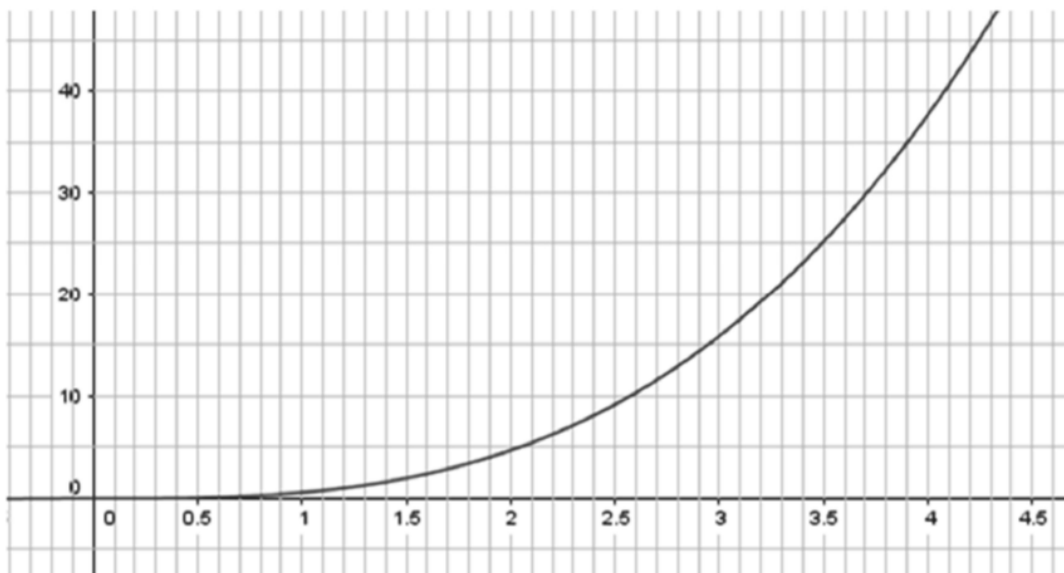
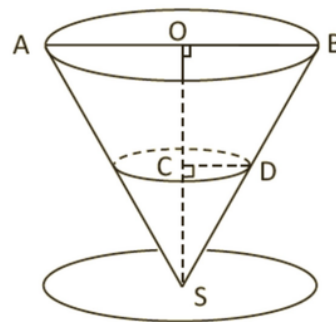
- [AB] représente le diamètre de la base du cône, sa longueur est 12 cm ;
- O est le milieu de [AB] ;
- La longueur du segment [SB] est 10 cm.



- 1) Calculer la hauteur SO d'un verre.
- 2) Quel volume maximal de boisson, exprimé en centilitre et arrondi au dixième près, un verre peut-il contenir ?
- 3) Comme précédemment, Vincent veut marquer ses verres coniques de manière à réaliser des boissons à partir d'un volume donné de sirop. On a représenté sur le schéma ci-contre le petit cône occupé par ce volume donné de sirop dans le fond du verre.

On note v le volume de ce petit cône, h la longueur SC et r la longueur CD

- a) Exprimer r en fonction de h .
- b) Montrer que $v = \frac{3\pi}{16} h^3$.
- c) On donne ci-dessous, la représentation graphique de la fonction qui à x associe $\frac{3\pi}{16} x^3$.
Expliquer comment ce graphique permet d'obtenir une valeur approchée de la hauteur h en centimètres correspondant à un volume de 3 cL, et donner cette valeur.

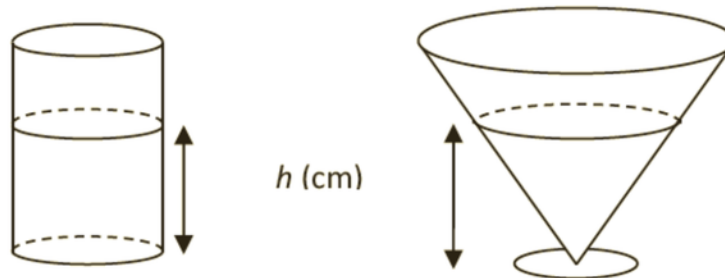


- d) En déduire que la longueur DS qui permet de marquer le niveau du sirop sur le verre pour un volume de sirop de 3 cL, est environ 4,6 cm.
- e) Vincent affirme que pour respecter les préconisations d'un volume de sirop pour sept volumes d'eau dans un verre de ce type, il suffit que le niveau de la boisson soit deux fois plus haut que celui du sirop seul. Que penser de cette affirmation ?
- f) Où faut-il positionner sur le segment [SB] la marque repérant le volume total de boisson ? Justifier la réponse.

PARTIE D : comparaison des deux verres

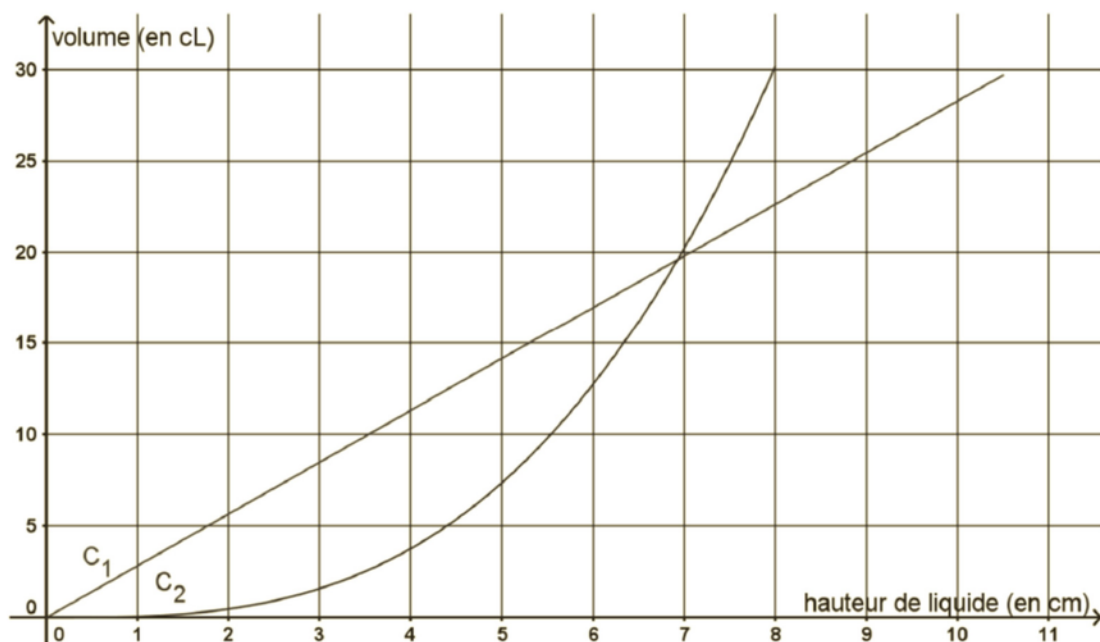
Dans cette partie, on s'intéresse au lien entre la hauteur de liquide versé et le volume contenu dans les verres précédemment étudiés.

On note h la hauteur de liquide versé.



Les dessins des verres ne sont pas l'échelle.

On donne ci-dessous les représentations graphiques C_1 et C_2 , des volumes de liquide, en centilitre, contenu dans chaque type de verre en fonction de la hauteur h de liquide, en centimètre.



- 1) Identifier à quel type de verre chaque courbe correspond. Justifier la réponse.
- 2) Les deux courbes se coupent en un point différent de l'origine du repère.
Lire sur le graphique une valeur approchée des coordonnées de ce point puis interpréter ces coordonnées dans le contexte de l'exercice.