

1) a) Nombre obtenu en entrant le nombre 5 dans le programme A

Lorsque l'on entre le nombre 5, la variable « réponse » prend la valeur 5 et le programme rend le résultat du calcul $5 \times 4 + 7$.

Comme $5 \times 4 + 7 = 20 + 7 = 27$, quand on entre le nombre 5 dans le programme A, **la réponse obtenue est bien le nombre 27.**

1) b) Nombre obtenu en entrant le nombre $\frac{7}{10}$ dans le programme A

Lorsque l'on entre le nombre $\frac{7}{10}$, la variable « réponse » prend la valeur $\frac{7}{10}$, nombre décimal dont l'écriture à virgule est 0,7.

La réponse obtenue à l'issue de l'exécution du programme sera le résultat du calcul : $0,7 \times 4 + 7$.

On a $0,7 \times 4 + 7 = 2,8 + 7 = 9,8$.

Quand on entre le nombre $\frac{7}{10}$ dans le programme A, **la réponse obtenue sera le nombre 9,8** (nombre qui s'écrit aussi $\frac{98}{10}$).

2) Nombre à entrer dans le programme B pour obtenir le nombre 0,69

Méthode 1 : méthode algébrique à l'aide d'une résolution d'équation

Si l'on note x le nombre entré dans le programme B, le nombre obtenu à l'issue de l'exécution du script sera le résultat du calcul : $x \times 9 - 3$, expression que l'on écrit usuellement sous la forme $9x - 3$.

Ainsi le nombre x qu'il faut entrer dans le programme B pour que le résultat affiché soit 0,69 doit être solution de l'équation : $9x - 3 = 0,69$.

Cette équation est équivalente à $9x = 3 + 0,69$ puis à $9x = 3,69$.

On obtient $x = \frac{3,69}{9}$, d'où $x = 0,41$.

Le nombre qu'il faut entrer dans le programme B pour que le résultat affiché soit égal à 0,69 est donc le nombre 0,41 (qui s'écrit aussi sous forme de fraction décimale $\frac{41}{100}$).

Méthode 2 : méthode arithmétique

Le nombre cherché après multiplication par 9 et retrait de 3 est égal à 0,69, donc le nombre cherché multiplié par 9 est égal à 3,69.

On trouve donc le nombre cherché par la division $3,69 : 9 = 0,41$.

3) Preuve qu'en entrant un nombre impair dans le script B on obtient un multiple de 6

Les nombres pairs (qui correspondent aux doubles) sont les nombres de la forme $2k$, où k est un nombre entier.

Les nombres impairs (que l'on peut aussi définir comme ceux dont le reste dans la division euclidienne par 2 est égal à 1) sont les nombres de la forme $2k + 1$, où k est un nombre entier.

Si l'on entre un nombre impair dans le programme B, le nombre obtenu à l'issue de l'exécution du script sera le résultat du calcul suivant : $(2k + 1) \times 9 - 3$.

Cette expression peut s'écrire $9(2k + 1) - 3$.

En la développant, puis en la simplifiant, on obtient : $9(2k + 1) - 3 = 18k + 9 - 3 = 18k + 6$.

Dans cette dernière expression, on peut mettre 6 en facteur.

Le résultat obtenu peut alors s'écrire sous la forme $6(3k + 1)$.

Comme k est un nombre entier, $3k + 1$ est aussi un nombre entier. Notons le K .

Ainsi, en entrant un nombre impair dans le programme B, le résultat obtenu s'écrit sous la forme $6K$, où K est un nombre entier. On reconnaît dans cette écriture la forme générale des multiples de 6.

En conséquence quel que soit le nombre impair entré dans le programme B, le résultat obtenu sera toujours un multiple de 6.

4) Existence de nombres permettant d'obtenir le même résultat avec les deux programmes

Si l'on note x le nombre que l'on entre dans chacun des deux programmes,

- le nombre obtenu à l'issue de l'exécution du script A sera le résultat du calcul : $x \times 4 + 7$, expression que l'on écrit usuellement sous la forme $4x + 7$;
- le nombre obtenu à l'issue de l'exécution du script sera le résultat du calcul : $x \times 9 - 3$, expression que l'on écrit usuellement sous la forme $9x - 3$.

Ces deux résultats seront égaux à la seule condition que le nombre x entré soit solution de l'équation :

$$4x + 7 = 9x - 3.$$

Cette équation se transforme en

$$4x - 9x = -3 - 7$$

puis en

$$-5x = -10 ;$$

$$\text{d'où } 5x = 10$$

et

$$x = 2.$$

Il existe donc un seul nombre qui permette d'obtenir le même résultat affiché avec les deux programmes. Il s'agit du nombre 2.

Ce n'était pas demandé, mais on peut vérifier que dans les deux cas on obtient un résultat égal à 15.

Remarque

Une recherche à l'aide d'essais organisés pouvait conduire à trouver 2 comme étant une solution au problème posé. Mais une telle procédure ne permettait pas de justifier que 2 est la seule et unique solution. Or la formulation de la question demandait très clairement d'être exhaustif et de s'assurer d'avoir trouvé toutes les solutions.