

1) Construction de la figure représentant le parterre

Sur la représentation, nous noterons respectivement A, B, C, D et E les points correspondants dans la réalité aux piquets A, B, C, D et E.

Il s'agit ici dans un premier temps de construire un triangle connaissant les longueurs de ses trois côtés :

$$AB = 8 \text{ cm} ; \quad AC = 6 \text{ cm} ; \quad BC = 10,5 \text{ cm} .$$

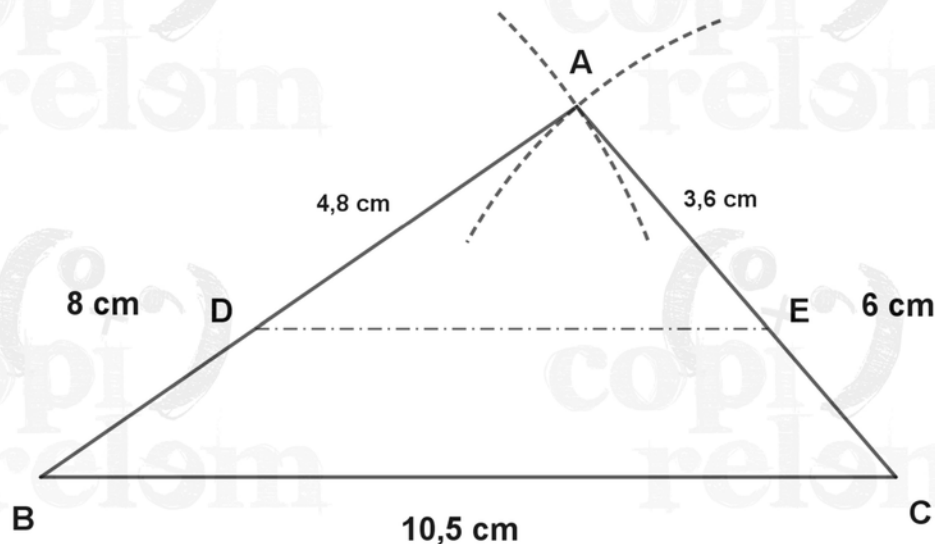
Pour ce faire, on commence par tracer à l'aide de la règle graduée l'un de ces trois segments, par exemple [BC]. Le point A sera alors l'un des deux points d'intersection du cercle de centre B et de rayon 8 cm et du cercle de centre C et de rayon 6 cm.

Remarque

Même si l'énoncé ne l'exigeait pas, on laisse apparent les arcs de cercle correspondants à cette construction.

Il ne reste plus qu'à placer à l'aide de la règle graduée :

- le point D qui appartient au segment [AB] et vérifie $AD = 4,8 \text{ cm}$;
- le point E qui appartient au segment [AC] et vérifie $AE = 3,6 \text{ cm}$.



2) Parallélisme des segments [BC] et [DE]

Les points A, D et B sont alignés dans cet ordre. De même les points A, E et C sont alignés dans cet ordre.

Comparons les rapports $\frac{AD}{AB}$ et $\frac{AE}{AC}$.

On a d'une part, $\frac{AD}{AB} = \frac{4,8}{8} = \frac{48}{80} = \frac{6}{10} = 0,6$ et d'autre part, $\frac{AE}{AC} = \frac{3,6}{6} = \frac{36}{60} = \frac{6}{10} = 0,6$.

Puisque ces deux rapports sont égaux entre eux, on peut affirmer, d'après la réciproque du théorème de Thalès, que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

Ainsi la corde qui relie les piquets D et E est bien parallèle à celle qui relie les piquets B et C.

Remarque

On peut aussi procéder en comparant les rapports $\frac{AB}{AD}$ et $\frac{AC}{AE}$, que l'on trouve tous deux égaux à $\frac{5}{3}$. Dans ce cas, on doit être attentif à comparer les valeurs exactes, qui s'écrivent sous forme fractionnaire, et non les valeurs décimales approchées.

L'égalité des valeurs approchées des rapports en effet ne permet pas de conclure.

On pouvait aussi, variante du théorème de Thalès, comparer entre eux les rapports $\frac{AB}{AC}$ et $\frac{AD}{AE}$ (tous deux égaux à $\frac{4}{3}$) ou encore les rapports $\frac{AC}{AB}$ et $\frac{AE}{AD}$ (tous deux égaux à $\frac{3}{4}$ et donc à 0,75).

3) Calcul de la distance entre les piquets D et E

Méthode 1 : utilisation d'un rapport d'homothétie

Les calculs effectués à la question précédente et le parallélisme obtenu permettent d'affirmer que le triangle ADE est une réduction à l'échelle 0,6 du triangle ABC.

Le segment [DE] est donc l'image du segment [BC] par une homothétie de rapport 0,6 et on a :

$$DE = 0,6 \times BC = 0,6 \times 10,5 \text{ m} = 6,3 \text{ m}.$$

La distance entre les piquets D et E est donc de 6,3 mètres.

Méthode 2 : utilisation du théorème de Thalès dans le sens direct

Les points A, D et B sont alignés dans cet ordre. De même les points A, E et C sont alignés dans cet ordre.

On a démontré que les droites (DE) et (BC) sont parallèles.

Le théorème de Thalès, utilisé ici dans le sens direct, permet d'affirmer l'égalité entre les rapports suivants :

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}.$$

Les deux derniers rapports sont égaux à 0,6 (cf question précédente).

On a donc $\frac{DE}{BC} = 0,6$ d'où $DE = 0,6 \times BC = 0,6 \times 10,5 \text{ m} = 6,3 \text{ m}.$

La distance entre les piquets D et E est donc de 6,3 mètres.

4) Égalité des aires des deux zones de plantations

Le triangle ADE est l'image du triangle ABC dans une homothétie de rapport 0,6.

Le rapport entre les aires de ces deux triangles est donc de $0,6^2 = 0,36$.

Ainsi l'aire du triangle ADE est égale à 36 % de l'aire totale du triangle ABC.

Par différence, l'aire de la seconde zone de plantation, qui correspond au trapèze BCED, est égale à 64 % de l'aire du triangle ABC.

En conséquence, les deux zones de plantations ne sont pas de même aire.

Remarques

1) On peut aussi déduire le fait que les deux aires ne sont pas égales des deux égalités suivantes :

$$\text{Aire}(ADE) = 0,36 \text{ Aire}(BCED) \quad \text{et} \quad \text{Aire}(ADE) = 0,64 \text{ Aire}(BCED).$$

2) Dans cette configuration, le triangle ABC n'est pas rectangle (AB et AC étant égaux à 8 m et à 6 m, il faudrait pour cela que BC soit égal à 10 m, ce qui n'est pas le cas) et l'on ne connaît aucune des hauteurs du triangle. Il est donc très délicat de déterminer l'aire totale du triangle ABC ou celle de l'une ou l'autre des zones de plantation. Ces calculs dépasseraient de loin les compétences inscrites au programme du cycle 4.