

2) $30n + 25$ est divisible par 5

Pour tout entier n , on peut écrire : $30n + 25 = 5 \times (6n + 5)$.

Comme n est un nombre entier, $6n + 5$ est aussi un nombre entier.

On en déduit que $30n + 25$ est divisible par 5, pour tout n .

2) a) Vérification du résultat du programme lorsque le nombre choisi est 8

Voici les différentes étapes du programme de calcul lorsque que le nombre entier choisi est 8.

Instruction du programme	Résultat et/ou calcul effectué
Choisir un nombre entier	8
Multiplier par 3	$8 \times 3 = 24$
Ajouter 5	$24 + 5 = 29$
Élever au carré	$29^2 = 841$
Soustraire 9 fois le carré du nombre de départ	$841 - 9 \times 8^2 = 841 - 576 = 265$

Si le nombre entier choisi est 8, le résultat est bien 265.

2) b) Résultat du programme lorsque le nombre entier choisi est (-56)

Voici les différentes étapes du programme de calcul lorsque que le nombre entier choisi est (-56) .

Instruction du programme	Résultat et/ou calcul effectué
Choisir un nombre entier	-56
Multiplier par 3	$-56 \times 3 = -168$
Ajouter 5	$-168 + 5 = -163$
Élever au carré	$(-163)^2 = 26\,569$
Soustraire 9 fois le carré du nombre de départ	$26\,569 - 9 \times (-56)^2 = 26\,569 - 28\,224 = -1\,655$

Si le nombre entier choisi est (-56) , le résultat est $(-1\,655)$.

2) c) Divisibilité par 5 du résultat du programme

Voici les différentes étapes du programme de calcul lorsque que le nombre entier choisi est n .

Instruction du programme	Résultat et/ou calcul effectué
Choisir un nombre entier	n
Multiplier par 3	$3n$
Ajouter 5	$3n + 5$
Élever au carré	$(3n + 5)^2$
Soustraire 9 fois le carré du nombre de départ	$(3n + 5)^2 - 9n^2$

Si le nombre choisi est n , le résultat du programme de calcul est donc $(3n + 5)^2 - 9n^2$.
On transforme l'écriture de cette expression.

Méthode 1 : développement de l'expression donnant le résultat

On a : $(3n + 5)^2 - 9n^2 = (3n + 5)(3n + 5) - 9n^2 = (9n^2 + 15n + 15n + 25) - 9n^2 = 30n + 25$.
Le résultat du programme de calcul est donc $30n + 25$.

D'après la question 1), on sait que ce nombre est divisible par 5 quel que soit le nombre entier n ,
donc **le résultat du programme est divisible par 5 quel que soit le nombre de départ.**

Remarque

Dans le calcul précédent, l'utilisation du produit remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ permet d'écrire directement $(3n + 5)^2 - 9n^2 = (9n^2 + 30n + 25) - 9n^2 = 30n + 25$.

Méthode 2 : factorisation de l'expression donnant le résultat

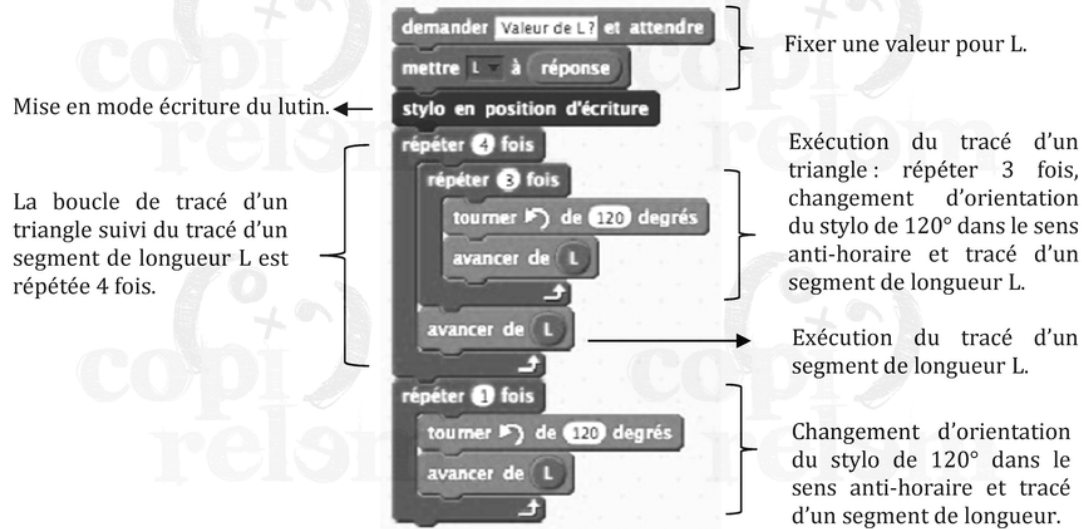
On utilise le produit remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

On a : $(3n + 5)^2 - 9n^2 = (3n + 5)^2 - (3n)^2 = (3n + 5 + 3n)(3n + 5 - 3n) = (6n + 5) \times 5$.
Ce nombre est toujours un multiple de 5.

Le résultat du programme de calcul est divisible par 5 quel que soit le nombre de départ.

Programme B

Les instructions du langage *Scratch* correspondent aux actions suivantes :



Par conséquent, après avoir demandé à l'utilisateur de fixer la valeur de L, comme le programme A, le programme B fait orienter le stylo à 120° dans le sens anti-horaire et tracer un segment de longueur L (*étape 1*), orienter le stylo à 120° dans le sens anti-horaire et tracer un segment de longueur L (*étape 2*), orienter le stylo à 120° dans le sens anti-horaire et tracer un segment de longueur L (*étape 3*) puis tracer un segment de longueur L (*étape 4*).

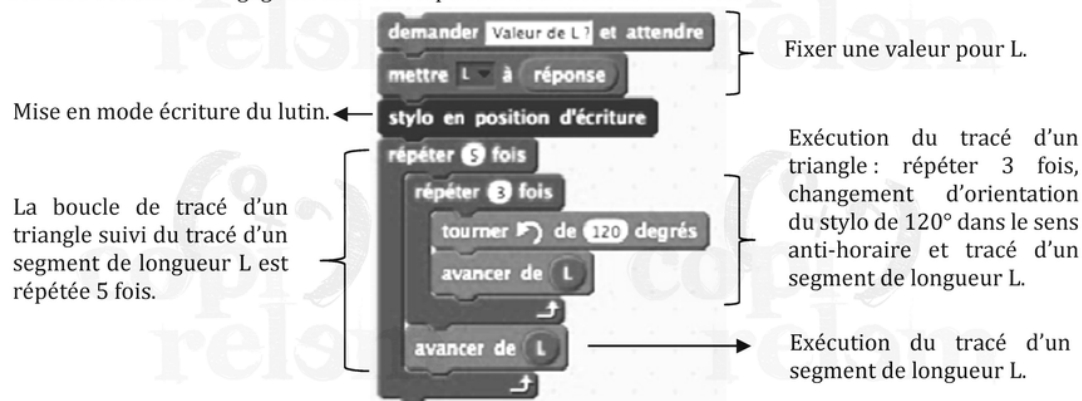
Comme dans le programme A, ces quatre étapes sont répétées quatre fois mais ensuite le programme fait orienter le stylo à 120° dans le sens anti-horaire et tracer un segment de longueur L.

On en déduit que le programme B fait tracer quatre triangles équilatéraux et deux segments de longueur L comme ci-dessous :



Programme C

Les instructions du langage *Scratch* correspondent aux actions suivantes :



Par conséquent, après avoir demandé à l'utilisateur de fixer la valeur de L, comme les programmes A et B, le programme D fait orienter le stylo à 120° dans le sens anti-horaire et tracer un segment de longueur L (*étape 1*), orienter le stylo à 120° dans le sens anti-horaire et tracer un segment de longueur L