

Dans cette partie, les figures qui sont représentées dans l'énoncé ne sont pas dessinées à l'échelle.

PARTIE A : situation des trois carrés

La figure ci-dessous représente trois carrés dont les mesures des côtés, en centimètre, sont respectivement 3 cm, 4 cm et 5 cm. Les deux plus petits carrés sont gris, le troisième est blanc.



- 1) Vérifier que la somme des aires des deux carrés gris est égale à l'aire du carré blanc.
- 2) Claude affirme : « Si on dispose les trois carrés obtenus à la question précédente comme sur la figure 1 ci-dessous alors le triangle ABC est un triangle rectangle. »

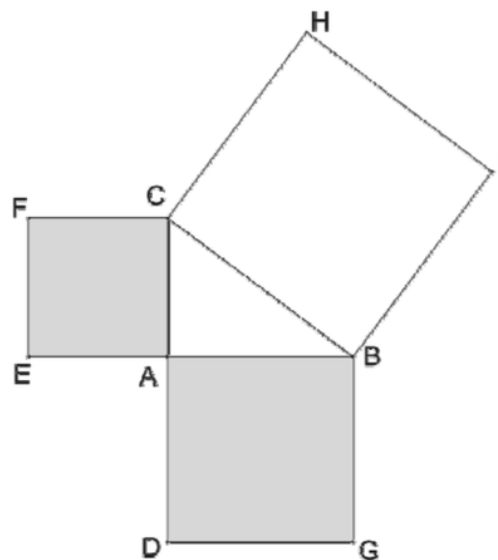


Figure 1

L'affirmation de Claude est-elle vraie ou fausse ? Justifier la réponse.

- 3) Avec les mêmes carrés, Dominique affirme : « Sur la figure 2 ci-dessous, les longueurs exactes, en centimètre, des segments [MN] et [IJ] sont des nombres décimaux ».

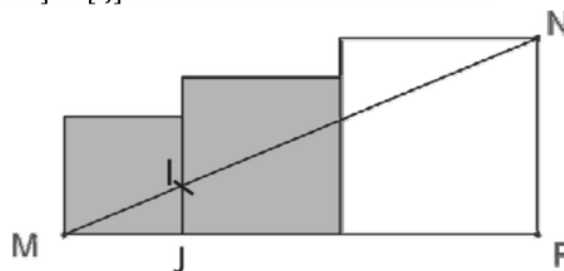


Figure 1

L'affirmation de Dominique est-elle vraie ou fausse ? Justifier la réponse.

- 4) Avec les mêmes carrés, Camille affirme : « Sur la figure 3 ci-dessous, les points R, S et T sont alignés. »
L'affirmation de Camille est-elle vraie ou fausse ? Justifier la réponse.

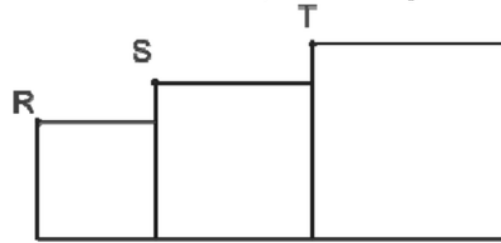
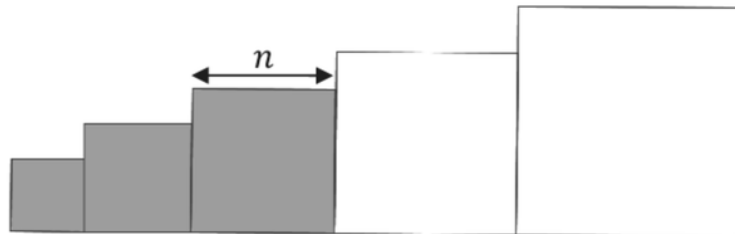


Figure 3

PARTIE B : situation des cinq carrés

La figure ci-dessous qui n'est pas à l'échelle représente cinq carrés dont les mesures des côtés, en centimètre, sont des nombres entiers consécutifs. Les trois plus petits carrés sont gris, les deux autres sont blancs.



On désigne par n la mesure, exprimée en centimètre, du côté du carré gris le plus grand (carré du milieu). L'objectif de cette partie est de chercher les valeurs de n pour lesquelles la somme des aires des trois carrés gris est égale à la somme des aires des deux carrés blancs.

- 1) Montrer que résoudre ce problème revient à résoudre l'équation $n^2 - 12n = 0$.
- 2) Quelles sont les solutions de l'équation $n^2 - 12n = 0$? Justifier la réponse.
- 3) Ces solutions peuvent-elles être retenues pour le problème de la « situation des cinq carrés » ? Justifier votre réponse.
- 4) Réaliser une figure à l'échelle $\frac{1}{5}$ d'une solution du problème de la « situation des cinq carrés » en détaillant les calculs effectués pour construire la figure.

PARTIE C : situation des sept carrés

On s'intéresse maintenant à une figure comportant sept carrés. Les mesures, en centimètre, des côtés des sept carrés sont des entiers consécutifs. Les quatre plus petits carrés sont gris et les trois autres sont blancs. On cherche s'il est possible de trouver des longueurs pour les côtés des carrés telles que la somme des aires des quatre carrés gris soit égale à celle des trois carrés blancs.

On envisage une résolution graphique. On choisit comme variable x la longueur en cm du côté du plus grand carré blanc. On admet que l'expression algébrique de la somme des aires des carrés gris est alors :

$$4x^2 - 36x + 86$$

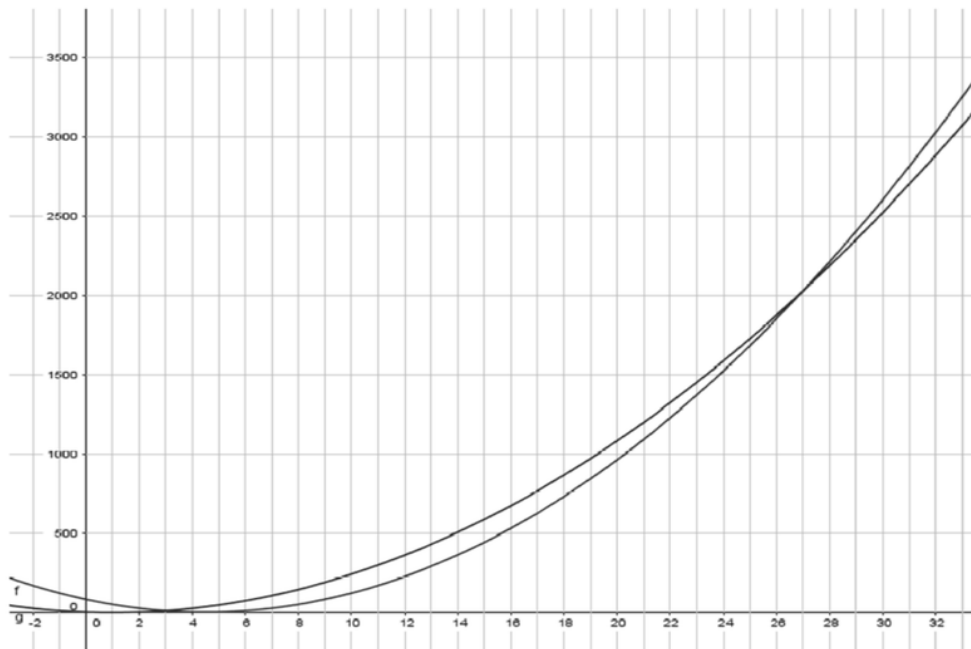
et que l'expression algébrique de la somme des aires des carrés blancs est :

$$3x^2 - 6x + 5.$$

On nomme :

- f la fonction qui à tout nombre x fait correspondre $f(x) = 4x^2 - 36x + 86$;
- g la fonction qui à tout nombre x fait correspondre $g(x) = 3x^2 - 6x + 5$.

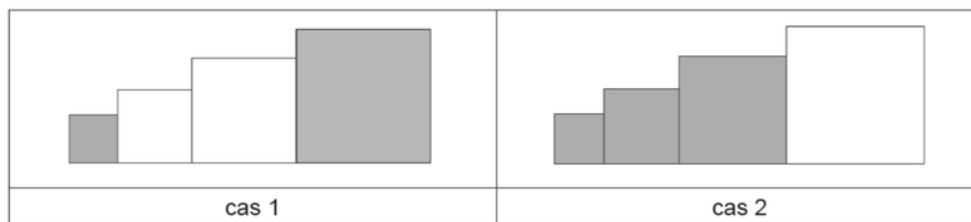
La copie d'écran ci-dessous fait apparaître une partie des représentations graphiques de ces deux fonctions, obtenues à l'aide d'un logiciel.



- 1) Déterminer graphiquement, si la situation des sept carrés semble avoir des solutions.
- 2) Vérifier si la ou les solutions trouvées conviennent.

PARTIE D : situation des quatre carrés

Avec quatre carrés ayant des côtés de mesures entières et consécutives, on peut envisager au moins deux cas :



On cherche à savoir si, dans chacun de ces cas, il est possible que l'aire de la surface grise soit égale à l'aire de la surface blanche.

On utilise pour cela un tableau. On donne ci-après les copies d'écran des feuilles de calcul obtenues lors de cette recherche.

- 1) Quelle feuille correspond à chacun des deux cas ? Justifier la réponse.
- 2) Pour la feuille de calcul A :
 - a) Quelle formule étirable vers le bas a-t-on pu saisir dans la cellule E2 pour calculer l'aire du quatrième carré à partir de la valeur saisie dans la cellule A2 ?
 - b) Quelle formule étirable vers le bas a-t-on pu saisir dans la cellule F2 pour calculer l'aire de la partie grise ?
- 3) Pour chaque cas, quelle conjecture, sur les solutions du problème, la copie d'écran de la feuille de calcul permet-elle d'émettre ? Justifier la réponse.
- 4) Démontrer que dans les deux cas, la « situation des quatre carrés » n'admet pas de solution.

Copies d'écran :

	A	B	C	D	E	F	G
1	coté du plus petit carré	aire du premier carré	aire du 2ème carré	aire du 3ème carré	aire du 4ème carré	aire de la partie grise	aire de partie blanche
2	1	1	4	9	16	17	13
3	50	2500	2601	2704	2809	5309	5305
4	100	10000	10201	10404	10609	20609	20605
5	700	490000	491401	492804	494209	984209	984205
6	1000	1000000	1002001	1004004	1006009	2006009	2006005
7	2000	4000000	4004001	4008004	4012009	8012009	8012005
8	50000	2500000000	2500100001	2500200004	2500300009	5000300009	5000300005
9	100000	10000000000	10000200001	10000400004	10000600009	20000600009	20000600005
10							

Feuille de calcul A

	A	B	C	D	E	F	G
1	coté du plus petit carré	aire du premier carré	aire du 2ème carré	aire du 3ème carré	aire du 4ème carré	aire de la partie grise	aire de partie blanche
2	1	1	4	9	16	14	16
3	2	4	9	16	25	29	25
4	3	9	16	25	36	50	36
5	4	16	25	36	49	77	49
6	5	25	36	49	64	110	64
7	6	36	49	64	81	149	81
8	7	49	64	81	100	194	100
9	8	64	81	100	121	245	121
10							

Feuille de calcul B