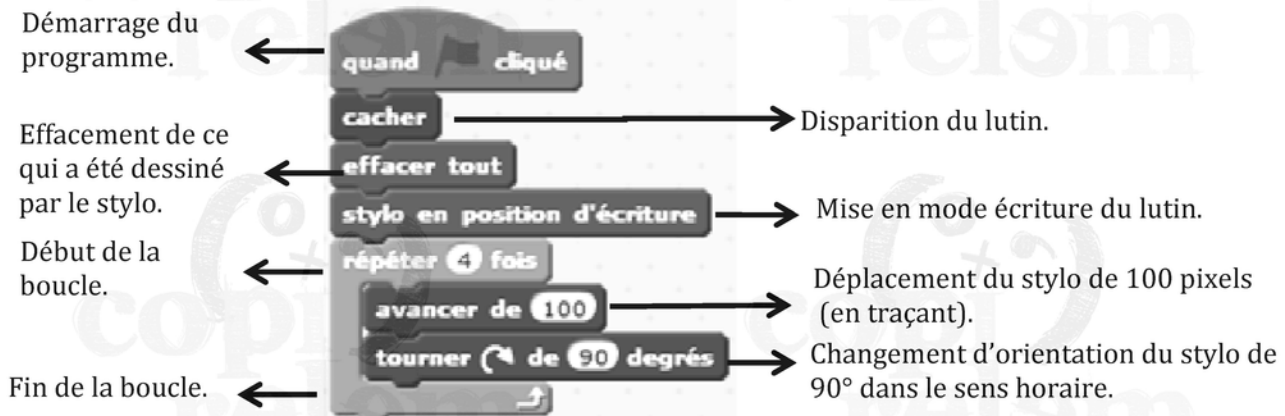


1) Nature de la figure tracée en exécutant le programme A

Remarque

Ni le détail des actions réalisées par le programme, ni les justifications n'étaient attendus. Nous les donnons ici pour une meilleure compréhension du candidat.

Dans le programme A, les instructions du langage *Scratch* correspondent aux actions suivantes :

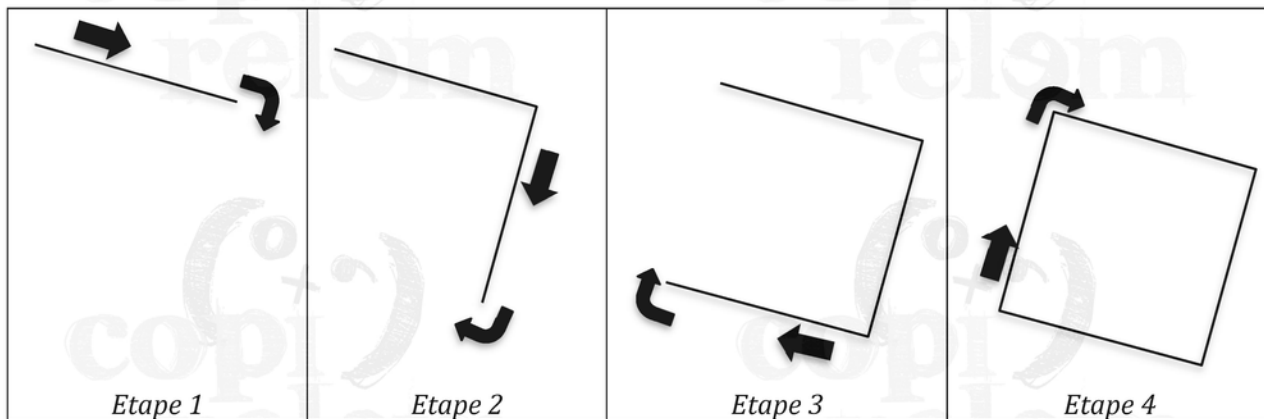


Par conséquent, après avoir fait disparaître le lutin, le programme fait tracer un segment de 100 pixels de longueur avant d'orienter le stylo à 90° dans le sens horaire (*étape 1*).

Un deuxième segment est alors tracé (faisant donc un angle droit avec le précédent) et le stylo orienté à 90° dans le sens horaire (*étape 2*).

Puis un troisième segment est tracé (faisant de même un angle droit avec le deuxième) et le stylo orienté à 90° dans le sens horaire (*étape 3*).

Enfin un quatrième segment est tracé (faisant un angle droit avec le troisième) et le stylo orienté de nouveau à 90° dans le sens horaire (*étape 4*). Alors le stylo retrouve sa position initiale ($4 \times 90^\circ = 360^\circ$).

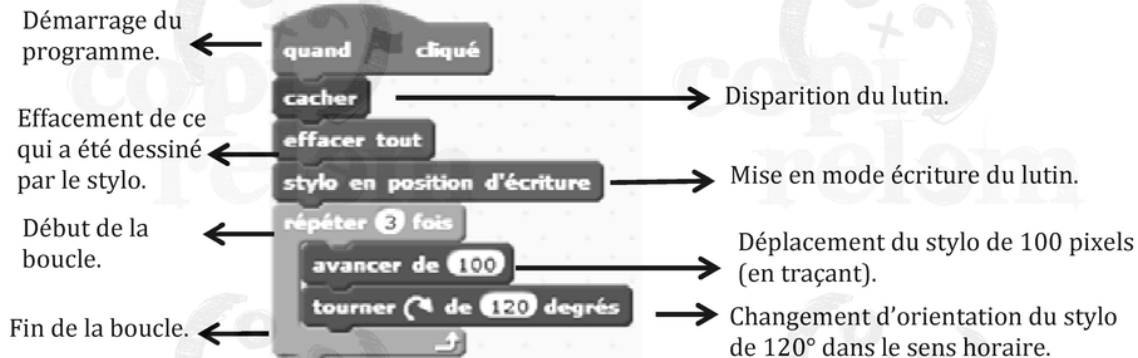


Le polygone ainsi tracé est alors un quadrilatère dont les côtés sont de même longueur et qui possède quatre angles droits.

On en déduit que le programme A fait tracer un carré de 100 pixels de côté.

Nature de la figure tracée en exécutant le programme B

Dans le programme B, les instructions du langage *Scratch* correspondent aux actions suivantes :

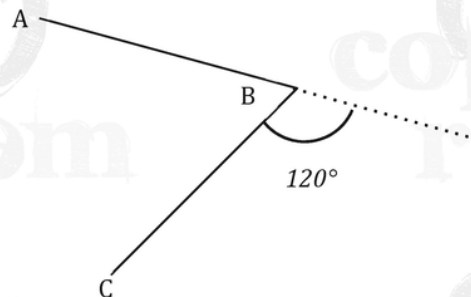


On en déduit qu'après avoir fait disparaître le lutin et effacé ce qui a été précédemment tracé, le programme fait tracer un segment de 100 pixels de longueur avant d'orienter le stylo à 120° dans le sens horaire (étape 1).

Un deuxième segment est alors tracé (faisant donc un angle de 120° avec le précédent) et le stylo orienté à 120° dans le sens horaire (étape 2).

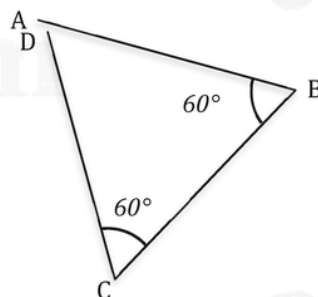
Enfin un troisième segment est tracé (faisant de même un angle de 120° avec le deuxième) et le stylo orienté à 120° dans le sens horaire (étape 3). Alors le stylo retrouve sa position initiale ($3 \times 120^\circ = 360^\circ$).

Pour plus de précision, on peut comprendre le script scratch de la manière suivante : le programme fait tracer deux segments successifs de même longueur (100 pixels) formant un angle obtus de 120° . Notons-les [AB] et [BC] comme sur la figure ci-dessous.



L'angle aigu $\widehat{ABC}$ est alors égal à : $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

Par conséquent, le troisième segment tracé par le programme (appelons-le [CD]) est tel que $CD = AB$ et tel que l'angle aigu $\widehat{BCD}$ est aussi égal à 60° .



Or par construction le triangle ABC est isocèle en B ($AB = BC$), par conséquent $\widehat{BAC} = \widehat{BCA} = 60^\circ$. On en déduit que ce triangle est équilatéral.

Par ailleurs : $\widehat{BCA} = 60^\circ = \widehat{BCD}$.

Donc A et D sont alignés.

Puisque $CD = BC$ et que $BC = CA$, alors $CD = CA$. On en déduit alors que $D = A$.

Ainsi le programme B fait tracer un triangle équilatéral de 100 pixels de côté.

2) a) Calcul de la mesure de l'angle $\widehat{FBC}$

Par hypothèse, ABCDE est un pentagone régulier. Par conséquent tous ses angles sont égaux (par exemple égaux à $\widehat{CBA}$) et leur somme vaut : $180^\circ \times 5 - 360^\circ = 900^\circ - 360^\circ = 540^\circ$.

On en déduit : $5 \times \widehat{CBA} = 540^\circ$.

Soit : $\widehat{CBA} = 540^\circ \div 5 = 108^\circ$.

D'autre part, le point F appartient à la droite (AB) qui n'appartient pas à la demi-droite [BA].

Alors : $\widehat{FBA} = 180^\circ$.

Or : $\widehat{FBA} = \widehat{FBC} + \widehat{CBA}$.

On en déduit l'égalité : $180^\circ = 108^\circ + \widehat{FBC}$.

D'où : $\widehat{FBC} = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$.

2) b) Modifications à apporter au programme A pour obtenir un pentagone régulier

Lorsque le stylo trace le segment [AB].

Pour que la figure tracée soit un pentagone régulier, il faut que :

- tous ses côtés soient de même longueur : il suffira donc de conserver dans le programme l'instruction :

avancer de 100

- le stylo tourne de 72° dans le sens horaire (d'après la question précédente), ce qui correspond à l'instruction :

tourner de 72 degrés

Pour que la figure tracée soit un pentagone, il est nécessaire de tracer 5 côtés : ainsi les deux instructions précédentes devront être répétées cinq fois, soit le bloc :

répéter 5 fois

Le programme modifié sera alors le suivant :

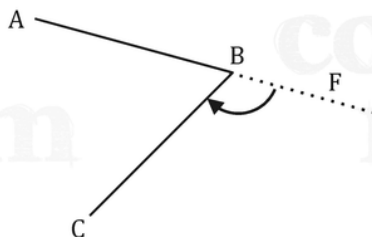
```

quand est cliqué
  cacher
  effacer tout
  stylo en position d'écriture
  répéter 5 fois
    avancer de 100
    tourner de 72 degrés

```

3) Identification du programme permettant de tracer un polygone régulier dont l'utilisateur choisit le nombre de côtés

Dans tout ce qui suit, n désigne le nombre de côtés indiqués par l'utilisateur (n doit être un entier naturel supérieur ou égal à 3, nombre minimum de côtés pour que la ligne brisée forme un polygone). En reprenant les notations de la question 2, on notera [AB] et [BC] les deux premiers segments tracés par le programme, ainsi que F un point de la droite (AB) n'appartenant pas à demi-droite [BA] :



Méthode 1 : identification des conditions à respecter pour que le programme convienne

Condition (1)

Pour que le programme convienne, il faut tout d'abord que le nombre de segments tracés soit le nombre n choisi par l'utilisateur. Cette valeur, stockée dans la variable `réponse`, doit donc apparaître dans la boucle « Répéter  fois ».

Par conséquent, pour que la condition (1) soit vérifiée, il faut que la boucle suivante apparaisse dans le programme :



Cette boucle apparaît dans les programmes 2, 3 et 4, mais pas dans le programme 1, ce qui élimine celui-ci.

Condition (2)

Pour que le programme permette d'obtenir un polygone régulier à n côtés, il est nécessaire que les n segments tracés soient de même longueur. Cette condition est vérifiée dans tous les programmes puisque l'instruction `avancer de 10` figure dans chacune des boucles.

Remarque

Dans le programme 3, l'ordre des instructions dans la boucle est différent des autres programmes (on tourne le stylo puis on avance) mais cela ne change rien à la structure du programme.

Condition (3)

La condition (3) fait référence à la propriété admise : « dans un polygone régulier à n côtés, l'angle $\widehat{FBC}$ est égal à $\frac{360^\circ}{n}$ ». La condition (3) correspond donc à l'égalité suivante : $\widehat{FBC} = \frac{360^\circ}{n}$.

L'instruction `tourner  de réponse degrés` désigne l'angle $\widehat{FBC}$.

Par conséquent, pour que la condition (3) soit vérifiée, il faut que l'instruction suivante apparaisse dans le programme :



Cette instruction apparaît uniquement dans le programme 2, ce qui élimine les programmes 1, 3 et 4 :

- dans les programmes 1 et 4, l'instruction `tourner  de 180 / réponse degrés` fait dépendre l'angle du nombre de côtés choisi, mais ne fait pas tourner le lutin du bon angle ;
- dans le programme 2, l'instruction `tourner  de 360 / 10 degrés` ne fait pas dépendre l'angle du nombre de côtés choisi.

Le programme 1 ne convient pas parce qu'il ne respecte ni la condition (1), ni la condition (3).

Les programmes 3 et 4 ne conviennent pas parce qu'ils ne respectent pas la condition (3).

Le programme 2 respecte toutes les conditions. Par ailleurs, puisque l'un des programmes doit convenir, ce doit être le programme 2.

Méthode 2 : analyse de chacun des programmes

Analyse du programme 1

Dans le programme 1, on analyse le bloc suivant :



Ce bloc fait tracer :

- **dix segments** consécutifs quel que soit n le nombre de segments choisi par l'utilisateur;
- des segments formant un angle de $\frac{180^\circ}{n}$ dans le sens horaire avec les segments précédemment tracés.

Méthode 2.1 : mise en évidence d'une figure n'ayant pas n côtés

Si l'utilisateur souhaite tracer un dodécagone en entrant la valeur « 12 », la boucle permettant de tracer les segments doit être répétée douze fois. Or le programme 1 fait toujours répéter la boucle dix fois.

Ne faisant pas tracer le nombre de segments souhaités, le programme 1 ne convient pas.

Méthode 2.2 : mise en évidence d'une figure ne vérifiant pas la propriété de l'angle $\widehat{FBC}$

Si l'utilisateur entre la valeur « 3 », le programme fait calculer : $\widehat{FBC} = \frac{180^\circ}{n} = 60^\circ$.

Or : $\frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$.

L'angle $\widehat{FBC}$ ne vérifie donc pas la propriété admise « dans un polygone régulier à n côtés, $\widehat{FBC} = \frac{360^\circ}{n}$ ».

Par conséquent le programme 1 ne convient pas.

Méthode 2.3 : mise en évidence d'une figure dont les angles ne correspondent pas à ceux attendus

Si l'utilisateur entre la valeur « 3 », cela signifie qu'il souhaite un triangle équilatéral.

Le programme fait calculer : $\widehat{FBC} = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$.

Donc : $\widehat{ABC} = 180^\circ - \widehat{FBC} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

Or dans un triangle équilatéral, tous les angles sont égaux à 60° . La figure tracée n'est par conséquent pas un triangle équilatéral.

Ne faisant pas tracer la figure souhaitée, le programme 1 ne convient pas.

Méthode 2.4 : mise en évidence d'une figure ne vérifiant pas la propriété sur la somme des angles

Si l'utilisateur entre la valeur « 3 », le programme fait calculer : $\widehat{FBC} = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$.

Donc : $\widehat{ABC} = 180^\circ - \widehat{FBC} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

Or : $3 \times \widehat{ABC} = 360^\circ$ et $180^\circ \times 3 - 360^\circ = 540^\circ - 360^\circ = 180^\circ$, donc : $3 \times \widehat{ABC} \neq 180^\circ \times 3 - 360^\circ$.

La propriété des angles d'un polygone régulier proposée en début d'exercice n'est donc pas vérifiée dans le cas $n = 3$.

Par conséquent le programme 1 ne convient pas.

Méthode 2.5 : démonstration dans le cas général en appui sur la propriété de l'angle $\widehat{FBC}$

Pour que le programme permette d'obtenir un polygone régulier à n côtés, il est nécessaire que l'angle $\widehat{FBC}$ soit égal à $\frac{360^\circ}{n}$.

Or dans le programme 1 : $\widehat{FBC} = \frac{180^\circ}{n}$.

Ne vérifiant pas la propriété, le programme 1 ne convient pas.

Méthode 2.6 : démonstration dans le cas général en appui sur la propriété de la somme des angles

Pour que le programme permette d'obtenir un polygone régulier à n côtés, il est nécessaire que les n angles soient égaux, par exemple à $\widehat{ABC}$. La propriété explicitée en début d'exercice correspond alors à l'égalité suivante : $n \times \widehat{ABC} = 180^\circ \times n - 360^\circ$.

Or dans le programme 1 : $\widehat{FBC} = \frac{180^\circ}{n}$.

Alors : $\widehat{ABC} = 180^\circ - \widehat{FBC} = 180^\circ - \frac{180^\circ}{n}$.

Donc : $n \times \widehat{ABC} = n \times \left(180^\circ - \frac{180^\circ}{n}\right) = n \times 180^\circ - n \times \frac{180^\circ}{n} = n \times 180^\circ - 180^\circ \neq 180^\circ \times n - 360^\circ$.

Ne vérifiant pas la propriété des angles d'un polygone régulier, le programme 1 ne convient pas.

Analyse du programme 2

Dans le programme 2, on analyse le bloc suivant :



Ce bloc fait tracer n segments consécutifs de même longueur, formant un angle de $\frac{360^\circ}{n}$ avec les précédents.

On obtient alors : $\widehat{FBC} = \frac{360^\circ}{n}$.

Ainsi la propriété admise portant sur les angles $\widehat{FBC}$ d'un polygone régulier est vérifiée.

Par conséquent, le programme 2 est celui qui convient.

Analyse du programme 3

Dans le programme 3, on analyse le bloc suivant :



Ce bloc fait tracer n segments consécutifs de même longueur, formant toujours le même angle avec les précédents, égal à : $\widehat{FBC} = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$.

Méthode 2.7 : mise en évidence d'une figure ne vérifiant pas la propriété admise sur les angles $\widehat{FBC}$

Si l'utilisateur entre la valeur « 3 », $\widehat{FBC}$ doit vérifier l'égalité suivante pour que le polygone obtenu soit régulier : $\widehat{FBC} = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$.

Or le programme impose : $\widehat{FBC} = 36^\circ$.

Ne conduisant pas aux angles souhaités, le programme 3 ne convient pas.

Méthode 2.8 : mise en évidence d'une figure dont les angles ne correspondent pas à ceux attendus

Si l'utilisateur entre la valeur « 3 », cela signifie qu'il souhaite un triangle équilatéral.

Le programme impose : $\widehat{FBC} = 36^\circ$, donc : $\widehat{ABC} = 180^\circ - \widehat{FBC} = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$.

Or dans un triangle équilatéral $\widehat{ABC} = 60^\circ$.

Ne faisant pas tracer la figure souhaitée, le programme 3 ne convient pas.

Remarque :

La méthode 2.8 pourrait également déboucher sur des contradictions concernant la somme des angles dans un triangle ($3 \times 144^\circ > 180^\circ$), ou bien concernant la somme des angles dans un polygone régulier à trois côtés ($3 \times 144^\circ = 432^\circ \neq 180^\circ \times 3 - 360^\circ$).

Méthode 2.9 : mise en évidence d'une figure ne correspondant pas à celle attendue

Si l'utilisateur souhaite tracer un dodécagone, il entre la valeur « 12 ». La boucle se répète 12 fois, mais au bout de 10 répétitions, les segments se chevauchent. Ainsi, pour une valeur n supérieure ou égale à 10, le programme conduit à un décagone régulier de côté 10 pixels ($10 \times 144^\circ = 180^\circ \times 10 - 360^\circ$).

Ne faisant pas tracer la figure souhaitée, le programme 3 ne convient pas.

Méthode 2.10 : mise en évidence d'une figure ne correspondant pas à celle attendue

Si l'utilisateur souhaite tracer un carré, il entre la valeur « 4 ». La boucle se répète 4 fois, les angles étant tous de mesure 36° , en 4 répétitions, on obtient $4 \times 36^\circ = 144^\circ \neq 360^\circ$ donc la ligne brisée ne se referme pas.

Ne faisant pas tracer la figure souhaitée, le programme 3 ne convient pas.

Méthode 2.11 : démonstration dans le cas général en appui sur la propriété de l'angle $\widehat{FBC}$

Pour que le programme permette d'obtenir un polygone régulier à n côtés, il est nécessaire que l'angle $\widehat{FBC}$ soit égal à $\frac{360^\circ}{n}$.

Or dans le programme 3 : $\widehat{FBC} = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$.

Ne vérifiant pas la propriété, le programme 3 ne convient pas.

Méthode 2.12: démonstration dans le cas général en appui sur la propriété de la somme des angles

Pour que le programme permette d'obtenir un polygone régulier à n côtés, il est nécessaire que les n angles soient égaux, par exemple à $\widehat{ABC}$. La propriété sur la somme des angles d'un polygone régulier correspond alors à l'égalité suivante : $n \times \widehat{ABC} = 180^\circ \times n - 360^\circ$.

Or dans le programme 3 : $\widehat{FBC} = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$.

Donc : $\widehat{ABC} = 180^\circ - \widehat{FBC} = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$.

Alors : $n \times \widehat{ABC} = 144^\circ \times n$

Or l'égalité $144^\circ \times n = 180^\circ \times n - 360^\circ$ est équivalente à : $(180^\circ - 144^\circ) \times n = 360^\circ$

Ou encore à : $n = \frac{360^\circ}{36^\circ} = 10$.

Par conséquent la propriété sur la somme des angles n'est vérifiée que dans le cas où $n = 10$.

Par conséquent, le programme 3 ne convient pas dès que $n \neq 10$.

Analyse du programme 4

Dans le programme 4, on analyse le bloc suivant :



Ce bloc fait tracer n segments consécutifs de même longueur, et formant un angle de $\frac{180^\circ}{n}$ avec les précédents.

Méthode 2.13 : mise en évidence d'une figure ne correspondant pas à celle attendue

Si l'utilisateur entre la valeur « 6 », $\widehat{FBC} = \frac{180^\circ}{6} = 30^\circ$.

Or : $6 \times 30^\circ = 180^\circ < 360^\circ$.

On en déduit que le programme 4 conduit à **une ligne brisée non fermée**.

Par conséquent, le programme 4 ne convient pas.

Méthode 2.14 : mise en évidence d'une figure dont les angles ne correspondent pas à ceux attendus

Si l'utilisateur entre la valeur « 3 », cela signifie qu'il souhaite un triangle équilatéral.

Le programme fait calculer : $\widehat{FBC} = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$.

Donc : $\widehat{ABC} = 180^\circ - \widehat{FBC} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

Or dans un triangle équilatéral $\widehat{ABC} = 60^\circ$.

Ne faisant pas tracer la figure souhaitée, le programme 4 ne convient pas.

Remarque

La méthode 2.14 pourrait également déboucher sur des contradictions concernant la somme des angles dans un triangle ($3 \times 120^\circ > 180^\circ$), ou bien concernant la somme des angles dans un polygone régulier à trois côtés ($3 \times 120^\circ = 360^\circ \neq 180 \times 3 - 360^\circ$).

Méthode 2.15 : démonstration dans le cas général

Le programme 4 impose $\widehat{FBC} = \frac{180^\circ}{n}$.

Or nous avons admis (voir méthode 2.5) que pour un polygone régulier : $\widehat{FBC} = \frac{360^\circ}{n}$.

Par conséquent, le programme 4 ne convient pas.

Remarque

A partir du calcul de $\widehat{FBC}$, on pourrait également raisonner sur la somme des angles dans le polygone (voir méthode 2.6).

4) Construction d'une figure ayant l'apparence d'un cercle

Un polygone régulier peut prendre l'apparence d'un cercle sur l'écran à condition qu'il possède un « grand nombre » de côtés. On peut donc utiliser le programme 2 précédent en choisissant n « suffisamment grand ». Par exemple, les figures (a), (b) et (c) suivantes présentent le polygone avec respectivement $n = 10$, $n = 20$ et $n = 100$.

