

Affirmation 1

Pour pouvoir comparer le pourcentage de tablettes défectueuses pour chaque société, il est nécessaire de connaître pour chacune d'entre elles le nombre total d'appareils défectueux (de types Electrix et Tronix) ainsi que le nombre total de tablettes que ces sociétés fabriquent.

Calcul du nombre de tablettes par société

En reprenant les tableaux de l'énoncé :

Société 1	<i>Nombre de tablettes (par jour)</i>	<i>Pourcentage moyen de tablettes défectueuses</i>	<i>Nombre moyen de tablettes défectueuses</i>
Type Electrix	2 000	5 %	$2\,000 \times \frac{5}{100} = 100$
Type Tronix	7 000	2 %	$7\,000 \times \frac{2}{100} = 140$

Au total, la société 1 fabrique 9 000 tablettes ($2\,000 + 7\,000 = 9\,000$) par jour. Parmi ces tablettes, 240 en moyenne sont défectueuses ($100 + 140 = 240$).

Société 2	<i>Nombre de tablettes (par jour)</i>	<i>Pourcentage moyen de tablettes défectueuses</i>	<i>Nombre moyen de tablettes défectueuses</i>
Type Electrix	6 000	3 %	$6\,000 \times \frac{3}{100} = 180$
Type Tronix	1 000	2 %	$1\,000 \times \frac{2}{100} = 20$

Au total, la société 2 fabrique 7 000 tablettes ($6\,000 + 1\,000 = 7\,000$) par jour. Parmi ces tablettes, 200 en moyenne sont défectueuses ($180 + 20 = 200$).

Calcul du pourcentage de tablettes défectueuses par société

Méthode 1 : mise en œuvre du produit en croix

On exprime les données relatives à chacune des sociétés dans un tableau de proportionnalité :

Société 1		Société 2	
<i>Nombre de tablettes</i>	<i>Nombre moyen de tablettes défectueuses</i>	<i>Nombre de tablettes</i>	<i>Nombre moyen de tablettes défectueuses</i>
9 000	240	7 000	200
100	$\frac{240 \times 100}{9\,000} \approx 2,67$ (par excès au centième près)	100	$\frac{200 \times 100}{7\,000} \approx 2,85$ (par défaut au centième près)

Ainsi le pourcentage moyen d'appareils défectueux est d'au plus 2,67 % pour la société 1, alors qu'il est d'au moins 2,85 % pour la société 2. Par conséquent, ce pourcentage est le plus faible pour la société 1.

L'affirmation 1 est donc vraie.

Méthode 2 : calculs directs

Chaque jour, la société 1 constate en moyenne 240 appareils défectueux sur les 9 000 fabriqués, ce qui représente le pourcentage moyen suivant (valeur approchée par excès au centième près) :

$$\frac{240}{9\,000} \times 100 \approx 2,67$$

Chaque jour, la société 2 constate en moyenne 200 appareils défectueux sur les 7 000 fabriqués, ce qui représente le pourcentage moyen suivant (valeur approchée par défaut au centième près) :

$$\frac{200}{7\,000} \times 100 \approx 2,85$$

Ainsi le pourcentage moyen d'appareils défectueux est d'au plus 2,67 % pour la société 1, alors qu'il est d'au moins 2,86 % pour la société 2. Par conséquent, ce pourcentage est le plus faible pour la société 1.
L'affirmation 1 est donc vraie.

Affirmation 2

Méthode 1 : exhibition d'un contre-exemple à partir de la longueur de l'arête

Si la longueur de l'arête du cube est égale à 1 cm, l'aire d'une face carrée de ce cube est alors égale à 1 cm².
 Par conséquent, l'aire de ce cube est égale à : $6 \times 1 \text{ cm}^2 = 6 \text{ cm}^2$.

Le volume de ce cube est de 1 cm³.

Ainsi pour une aire égale à 6 cm² le volume du cube est égal à 1 cm³.

Si la longueur du côté du carré est égale à 2 cm, l'aire d'une face carrée de ce cube est alors égale à 4 cm².
 Par conséquent, l'aire du cube est égale à : $6 \times 4 \text{ cm}^2 = 24 \text{ cm}^2$.

Le volume de ce cube est de 8 cm³.

Ainsi pour une aire égale à 24 cm², le volume du cube est égal à 8 cm³.

On en déduit que lorsqu'on a multiplié l'aire du cube par 4 (l'aire est passée de 6 cm² à 24 cm²), le volume du cube a été multiplié par 8 (le volume est passé de 1 cm³ à 8 cm³).

On en déduit que le volume du cube n'est pas proportionnel à son aire.

L'affirmation 2 est donc fausse.

Méthode 2 : mise en évidence du non respect de la propriété de linéarité multiplicative

On appelle $x \text{ cm}^2$ l'aire du cube. On en déduit que l'aire d'une des faces du cube est égale à : $\frac{x}{6} \text{ cm}^2$.

Donc la longueur d'une arête est égale à : $\sqrt{\frac{x}{6}} \text{ cm}$.

On en déduit le volume du cube : $\left(\sqrt{\frac{x}{6}}\right)^3 \text{ cm}^3$.

Si l'aire du cube est multipliée par deux, alors l'aire d'une des faces de ce cube est égale à : $\frac{2 \times x}{6} \text{ cm}^2$.

La longueur d'une arête est alors égale à : $\sqrt{\frac{2 \times x}{6}} \text{ cm}$ et le volume du cube devient :

$$\left(\sqrt{\frac{2 \times x}{6}}\right)^3 \text{ cm}^3 = \left(\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{x}{6}}\right)^3 \text{ cm}^3 = (\sqrt{2})^3 \times \left(\sqrt{\frac{x}{6}}\right)^3 \text{ cm}^3.$$

Or : $(\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}$.

Par conséquent le volume du cube est multiplié par $2\sqrt{2}$ (et non pas par 2). On en déduit que le volume du cube n'est pas proportionnel à son aire.

L'affirmation 2 est donc fausse.

Méthode 3 : explicitation de la fonction qui associe le volume du cube à son aire

En reprenant les notations de la méthode 2, on exprime le volume du cube (exprimé en cm³) en fonction de son aire (exprimée en cm²) notée x . Notons f cette fonction : $f(x) = \left(\sqrt{\frac{x}{6}}\right)^3$. Cette fonction n'est pas une fonction linéaire puisqu'elle ne s'écrit pas sous la forme : $f(x) = a \times x$ (où a désigne un nombre réel).

Remarque

Pour justifier que f n'est pas une fonction linéaire, on peut aussi montrer que f ne vérifie pas la propriété multiplicative de linéarité en montrant par exemple que : $f(2 \times x) \neq 2 \times f(x)$ (on pourra se référer aux calculs de la méthode 2).

Par conséquent la situation représentée par cette fonction n'est pas une situation de proportionnalité.

L'affirmation 2 est donc fausse.

Affirmation 3

Méthode 1 : calculs avec conversion des mesures en L

Puisque $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$, on peut exprimer la capacité du récupérateur d'eau en L :

$$0,3 \text{ m}^3 = 0,3 \times 1\,000 \text{ dm}^3 = 300 \text{ L}$$

Nous savons qu'il faut 15 L d'eau pour arroser 1 m^2 .

Pour arroser un potager de 5 m^2 , il faut donc : $5 \times 15 \text{ L} = 75 \text{ L}$.

Or : $300 \text{ L} = 4 \times 75 \text{ L}$.

Par conséquent, il est possible d'arroser quatre fois le potager avec l'eau du récupérateur.

L'affirmation 3 est donc vraie.

Méthode 2 : calculs avec conversion des mesures en dm^3

Nous savons qu'il faut 15 L d'eau pour arroser 1 m^2 . Puisque $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$, on a : $15 \text{ L} = 15 \text{ dm}^3$.

Pour arroser un potager de 5 m^2 , il faut donc : $5 \times 15 \text{ dm}^3 = 75 \text{ dm}^3$.

Par ailleurs : $0,3 \text{ m}^3 = 300 \text{ dm}^3 = 4 \times 75 \text{ dm}^3$.

Par conséquent, il est possible d'arroser quatre fois le potager avec l'eau du récupérateur.

L'affirmation 3 est donc vraie.

Méthode 3 : calculs avec conversion des mesures en m^3

Nous savons qu'il faut 15 L d'eau pour arroser 1 m^2 .

Donc, pour arroser une fois le potager, il faut : $5 \times 15 \text{ L} = 75 \text{ L}$.

Pour l'arroser 4 fois il faut alors : $4 \times 75 \text{ L} = 300 \text{ L}$.

Or : $300 \text{ L} = 300 \text{ dm}^3 = 0,3 \text{ m}^3$.

Par conséquent, il est possible d'arroser quatre fois le potager avec l'eau du récupérateur.

L'affirmation 3 est donc vraie.

Affirmation 4

Méthode 1 : utilisation d'une identité remarquable

Puisque $A = 7 + \frac{2}{10}$, on a :

$$A^2 = \left(7 + \frac{2}{10}\right)^2 = 7^2 + 2 \times 7 \times \frac{2}{10} + \left(\frac{2}{10}\right)^2 = 49 + \frac{28}{10} + \frac{4}{100} = 49 + \left(2 + \frac{8}{10}\right) + \frac{4}{100}.$$

On en déduit que la partie décimale de A est égale à : $\frac{8}{10} + \frac{4}{100}$.

Par conséquent, l'affirmation 4 est fausse.

Méthode 2 : calculs

On sait que : $A = 7 + \frac{2}{10} = 7,2$.

On calcule alors : $A^2 = 51,84$.

La partie décimale de A^2 est donc égale à : $0,84 = \frac{84}{100}$.

Par conséquent, l'affirmation 4 est fausse.