

1) Nombre de pots de confiture

Pour faire sa confiture, Grand-père doit ajouter une quantité de sucre égale à $\frac{4}{5}$ des 5 kg de mirabelles dénoyautées, c'est-à-dire ajouter 4 kg de sucre aux 5 kg de fruits. Il obtient donc 9 kg de mélange. La cuisson fait perdre 25 % de la masse de ce mélange fruit-sucre.

Enlever 25 % à une quantité revient à la multiplier par $(1 - \frac{25}{100}) = 0,75$.

La quantité de confiture obtenue après cuisson est donc de : $0,75 \times 9 \text{ kg} = 6,750 \text{ kg}$.

Pour remplir entièrement chacun des pots utilisés, il faut un demi-kilo de confiture donc avec un kilo de confiture, on remplit 2 pots. Grand-père pourra donc remplir 13 pots de confiture.

Remarque

On peut aussi diviser les 6750 g de confiture par 500 g, la contenance d'un pot. Le nombre de pots entièrement remplis est alors la partie entière du quotient, c'est-à-dire la partie entière de 13,5.

2) Proportionnalité entre la masse de confiture et la masse des fruits dénoyautés

On pouvait présenter le raisonnement de plusieurs façons.

Méthode 1 : en raisonnant sur les différentes grandeurs et leurs rapports

La masse du sucre ajouté est proportionnelle à la masse des mirabelles dénoyautées puisque leur rapport est constant toujours égal à $\frac{4}{5}$.

De même la masse du mélange fruit-sucre obtenu est proportionnelle à la masse des mirabelles dénoyautées puisque leur rapport est constant égal à $1 + \frac{4}{5}$, c'est-à-dire à $\frac{9}{5}$ ou 1,8.

Pour finir, la masse de mélange perdue lors de la cuisson et la masse de confiture obtenue après cuisson sont aussi proportionnelles à la masse des mirabelles dénoyautées : le rapport entre ces deux dernières est toujours égal à $0,75 \times 1,8 = 1,35$.

La masse de confiture obtenue est bien proportionnelle à la masse de mirabelles dénoyautées.

Méthode 2 : en exprimant chacune des grandeurs sous forme algébrique et en utilisant une fonction linéaire

Notons x la masse initiale de mirabelles dénoyautées et $f(x)$ la masse de confiture obtenue après cuisson.

La masse du sucre ajouté est donc égale à $\frac{4}{5}x$.

La masse de mélange fruit-sucre obtenu est alors égale à $\frac{4}{5}x + x = \frac{9}{5}x = 1,8x$.

La masse de confiture obtenue après cuisson est donc égale à $0,75 \times 1,8x = 1,35x$.

La fonction qui exprime la masse de confiture obtenue après cuisson en fonction de la masse de mirabelles dénoyautées est donc : $f(x) = 1,35 x$.

Cette fonction est de la forme $f(x) = a x$. Il s'agit donc d'une fonction linéaire et la situation modélisée par cette fonction est bien une situation de proportionnalité.

La masse de confiture obtenue est bien proportionnelle à la masse de mirabelles dénoyautées.

3) Masse minimum de fruits dénoyautés pour obtenir 18 pots

Pour remplir 18 pots, il faut disposer de 18 fois 500 g de confiture, soit 9 kg de confiture.

Méthode 1

Le premier raisonnement mené à la question précédente sur les rapports entre grandeurs permet d'écrire l'égalité :

$$\frac{\text{masse de confiture}}{\text{masse de fruits dénoyautés}} = 1,35.$$

D'où $\frac{9 \text{ kg}}{m} = 1,35$ puis $1,35 \times m = 9 \text{ kg}$ et donc $m = \frac{9 \text{ kg}}{1,35} \approx 6,667 \text{ kg}$.

La masse m minimum, arrondie à l'hectogramme près, de mirabelles dénoyautées nécessaires pour remplir 18 pots de confiture est donc 6,7 kg.

Méthode 2

La fonction obtenue à la question précédente est l'expression de la masse de confiture en fonction de la masse de fruits dénoyautés : $f(x) = 1,35 x$.

La masse m nécessaire de mirabelles dénoyautées pour obtenir 9 kg de confiture vérifie donc l'égalité suivante :

$f(m) = 9 \text{ kg}$ d'où $1,35 \times m = 9 \text{ kg}$ et donc $m = \frac{9 \text{ kg}}{1,35} \approx 6,667 \text{ kg}$.

La masse m minimum, arrondie à l'hectogramme près, de mirabelles dénoyautées nécessaires pour remplir 18 pots de confiture est donc 6,7 kg.