

### Remarque préalable

Dans cet énoncé, il y a incompatibilité entre la représentation du patron du premier dé et la formulation « Le premier dé indique un nombre à l'aide des chiffres de 1 à 6. »

Deux hypothèses sont donc possibles : Pour le premier dé, les faces valent : 1, 2, 2, 3, 4, 6 comme indiqué sur le patron ou 1, 2, 3, 4, 5, 6 du dé classique comme le sous-entend la formulation.

### Première hypothèse :

Pour le premier dé, les faces valent : 1, 2, 2, 3, 4, 6, soit cinq valeurs possibles. Pour le deuxième dé, les faces valent 2, 2, 3, 3, 3 et 4, soit trois valeurs possibles.

La somme des valeurs de deux dés est donc un nombre compris entre 3 (1 + 2) et 10 (6 + 4) sans le 9.

### 1) Valeur du deuxième dé

Un joueur a gagné un jeton, si la somme obtenue est un nombre pair différent de 6, c'est-à-dire si la somme est 4 ou 8 ou 10. Sachant que le premier dé indique « 4 », le deuxième dé indiquant un nombre supérieur ou égal à 2 et inférieur ou égal à 4, la somme ne peut pas être égale à 4 ou à 10.

**Le deuxième dé indique donc « 4 ».**

(il est possible de s'appuyer sur la ligne « 4 » du tableau de la méthode 2 ci-après : seul « 8 » est pair et différent de 6 et il est dans la colonne du « 4 ».)

### 2) Probabilité d'obtenir trois jetons

Pour obtenir 3 jetons, il faut obtenir une somme de 6 avec les deux dés.

#### Méthode 1 : calcul des probabilités

Les combinaisons possibles sont notées de la façon suivante : (premier dé ; deuxième dé) soit (2 ; 4), (3 ; 3), (4, 2) donc la probabilité d'obtenir 6 est la somme des probabilités des éléments élémentaires constituées par ces paires.

Par exemple, pour  $P(2 ; 4)$ , la probabilité est le produit des deux probabilités  $P_1(2)$  (la probabilité pour le dé 1 d'obtenir 2) et  $P_2(4)$  (la probabilité sur le deuxième dé d'obtenir 4).

$$\begin{aligned} P(\text{somme de } 6) &= P(2 ; 4) + P(3 ; 3) + P(4 ; 2) \\ &= P_1(2) \times P_2(4) + P_1(3) \times P_2(3) + P_1(4) \times P_2(2) \\ &= \frac{2}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{3}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{6} \end{aligned}$$

$$P(\text{somme } 6) = \frac{2}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36} = \frac{7}{36}.$$

Méthode 2 : analyse de tous les cas

On note dans un tableau les différentes sommes possibles obtenues à partir des lancers des deux dés.

| 2 <sup>ème</sup> dé<br>1 <sup>er</sup> dé | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4  |
|-------------------------------------------|---|---|---|---|---|----|
| 1                                         | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5  |
| 2                                         | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 6  |
| 2                                         | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 6  |
| 3                                         | 5 | 5 | 6 | 6 | 6 | 7  |
| 4                                         | 6 | 6 | 7 | 7 | 7 | 8  |
| 6                                         | 8 | 8 | 9 | 9 | 9 | 10 |

Il y a 7 possibilités d'obtenir la somme égale à 6 et il y a 36 possibilités différentes donc la probabilité d'obtenir 3 jetons est  $\frac{7}{36}$ .

Méthode 3 : utilisation d'un arbre de probabilités

Un arbre de probabilités pondéré, constitué de 15 ( $3 \times 5$ ) branches permet également d'obtenir la réponse mais il est plus difficile à gérer.

### 3) Probabilité de ne pas obtenir de jetons

On n'obtient pas de jeton si la somme est impaire donc pour les sommes : 3, 5, 7 ou 9.

Méthode 1 : calcul des probabilités

$P(\text{somme impaire}) = P(\text{obtenir } 3, 5, 7 \text{ ou } 9)$

$P(\text{somme impaire}) = P(1; 2) + P(1; 4) + P(2; 3) + P(3; 2) + P(4; 3) + P(3; 4) + P(6; 3)$  soit :

$$\begin{aligned}
 &P_1(1) \times P_2(2) + P_1(1) \times P_2(4) + P_1(2) \times P_2(3) + P_1(3) \times P_2(2) + P_1(4) \times P_2(3) + P_1(3) \times P_2(4) + P_1(6) \times P_2(3) \\
 &= \frac{1}{6} \times \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{2}{6} \times \frac{3}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{3}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{3}{6} \\
 &= \frac{2}{36} + \frac{1}{36} + \frac{6}{36} + \frac{2}{36} + \frac{3}{36} + \frac{1}{36} + \frac{3}{36} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}.
 \end{aligned}$$

La probabilité de ne pas obtenir de jeton est égale à  $\frac{1}{2}$ .

Méthode 2 : analyse de tous les cas

On note dans un tableau les différentes sommes possibles obtenues à partir des lancers des deux dés.

| 2 <sup>ème</sup> dé<br>1 <sup>er</sup> dé | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4  |
|-------------------------------------------|---|---|---|---|---|----|
| 1                                         | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5  |
| 2                                         | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 6  |
| 2                                         | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 6  |
| 3                                         | 5 | 5 | 6 | 6 | 6 | 7  |
| 4                                         | 6 | 6 | 7 | 7 | 7 | 8  |
| 6                                         | 8 | 8 | 9 | 9 | 9 | 10 |

Il y a 18 possibilités d'obtenir une somme impaire et il y a 36 possibilités différentes

donc la probabilité de ne pas obtenir de jeton est  $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$ .

Méthode 3 : utilisation d'un arbre de probabilités

(comme indiqué à la question précédente)

#### 4) Probabilité d'obtenir au moins un jeton.

**(obtenir 3 jetons)** désigne l'ensemble des couples (nombre du 1<sup>er</sup> dé, nombre du 2<sup>ème</sup> dé) qui permettent de gagner 3 jetons, c'est-à-dire que la somme des deux nombres du couple vaut 6.

**(ne pas obtenir de jeton)** désigne l'ensemble des couples (nombre du 1<sup>er</sup> dé, nombre du 2<sup>ème</sup> dé) qui ne permettent pas le gain de jeton, c'est-à-dire que la somme des deux nombres du couple est impaire.

**(obtenir un seul jeton)** désigne l'ensemble des couples (nombre du 1<sup>er</sup> dé, nombre du 2<sup>ème</sup> dé) qui permettent de gagner 1 seul jeton, c'est-à-dire que la somme des deux nombres du couple est paire et différente de 6.

Ces trois événements sont disjoints et leur réunion est l'ensemble des couples (nombre du 1<sup>er</sup> dé, nombre du 2<sup>ème</sup> dé) que l'on peut obtenir lors d'un lancer des deux dés, soit l'univers  $\Omega$ , ensemble des événements possibles.

$$\text{Univers } \Omega = (\text{obtenir 3 jetons}) \cup (\text{ne pas obtenir de jeton}) \cup (\text{obtenir un seul jeton}).$$

*Méthode 1 : événement contraire*

(Obtenir au moins un jeton) est l'événement contraire à l'événement (ne pas obtenir de jeton).

Par conséquent :

$$P(\text{obtenir au moins un jeton}) = 1 - P(\text{ne pas obtenir de jeton}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

**La probabilité d'obtenir au moins un jeton est  $\frac{1}{2}$ .**

*Méthode 2 : calcul de probabilités*

Obtenir au moins un jeton correspond à la réunion de deux événements (obtenir un jeton) et (obtenir trois jetons).

$$P(\text{obtenir au moins un jeton}) = P(\text{obtenir exactement un jeton}) + P(\text{obtenir trois jetons})$$

$$\begin{aligned} P(\text{obtenir exactement un jeton}) &= P(\text{pair différent de 6}) = P(\text{somme égale à 4 ou 8 ou 10}) \\ &= P(4) + P(8) + P(10) = P((1;3)) + P((2;2)) + P((4;4)) + P((6;2)) + P((6;4)) \\ &= P_1(1) \times P_2(3) + P_1(2) \times P_2(2) + P_1(4) \times P_2(4) + P_1(6) \times P_2(2) + P_1(6) \times P_2(4) \\ &= \frac{1}{6} \times \frac{3}{6} + \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \\ &= \frac{3+4+1+2+1}{36} = \frac{11}{36} \end{aligned}$$

$$\text{et } P(\text{obtenir 3 jetons}) = \frac{7}{36}, \text{ d'après la question 2.}$$

$$\text{Donc } P(\text{obtenir au moins un jeton}) = \frac{11}{36} + \frac{7}{36} = \frac{18}{36}.$$

**La probabilité d'obtenir au moins un jeton est de  $\frac{1}{2}$ .**

*Méthode 3 : analyse de tous les cas*

On note dans un tableau les différentes sommes possibles obtenues à partir des lancers des deux dés.

| 2 <sup>ème</sup> dé \ 1 <sup>er</sup> dé | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4  |
|------------------------------------------|---|---|---|---|---|----|
| 1                                        | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5  |
| 2                                        | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 6  |
| 2                                        | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 6  |
| 3                                        | 5 | 5 | 6 | 6 | 6 | 7  |
| 4                                        | 6 | 6 | 7 | 7 | 7 | 8  |
| 6                                        | 8 | 8 | 9 | 9 | 9 | 10 |

Il y a 18 possibilités d'obtenir une somme paire et il y a 36 possibilités différentes

$$\text{donc la probabilité d'obtenir au moins un jeton est } \frac{18}{36} = \frac{1}{2}.$$

Méthode 4 : utilisation d'un arbre de probabilités  
(comme indiqué à la question 2)

### Deuxième hypothèse

Pour le premier dé, les faces valent : 1, 2, 3, 4, 5, 6, soit six valeurs possibles. Pour le deuxième dé, les faces valent 2, 2, 3, 3, 3 et 4, soit trois valeurs possibles.

La somme des valeurs de deux dés est donc un nombre compris entre 3 et 10.

Le premier dé est un dé « classique » pour lequel chacune des faces est équiprobable.

Avec les notations précédentes :  $P_1(1) = P_1(2) = P_1(3) = P_1(4) = P_1(5) = P_1(6) = \frac{1}{6}$ .

Il s'agit donc de garder le même raisonnement mais les combinaisons changent ainsi que les valeurs de  $P_1(2)$  et de  $P_1(5)$ .

### 1) Valeur du deuxième dé

Un joueur a gagné un jeton, si la somme obtenue est un nombre pair différent de 6, c'est-à-dire si la somme peut être 4 ou 8 ou 10. Sachant que le premier dé indique « 4 », le deuxième dé indiquant un nombre supérieur ou égal à 2 et inférieur ou égal à 4, la somme ne peut pas être égale à 4 ou à 10.

**Le deuxième dé indique donc « 4 ».**

(il est possible de s'appuyer sur la ligne « 4 » du tableau de la méthode 2 ci-après : seul « 8 » est pair et différent de 6 et il est dans la colonne du « 4 ».)

### 2. Probabilité d'obtenir trois jetons

Pour obtenir 3 jetons, il faut obtenir une somme de 6 avec les deux dés.

Méthode 1 : calcul des probabilités

Les combinaisons possibles sont notées de la façon suivante : (premier dé ; deuxième dé) soit (2 ; 4), (3 ; 3), (4, 2) donc la probabilité d'obtenir 6 est la somme des probabilités des éléments élémentaires constituées par ces paires.

Par exemple, pour  $P(2 ; 4)$ , la probabilité est le produit des deux probabilités  $P_1(2)$  (la probabilité pour le dé 1 d'obtenir 2) et  $P_2(4)$  (la probabilité sur le deuxième dé d'obtenir 4).

$$\begin{aligned} P(\text{somme de } 6) &= P(2 ; 4) + P(3 ; 3) + P(4 ; 2) \\ &= P_1(2) \times P_2(4) + P_1(3) \times P_2(3) + P_1(4) \times P_2(2) \\ &= \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{3}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{6} \end{aligned}$$

$$P(\text{somme } 6) = \frac{1}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

Méthode 2 : analyse de tous les cas

On note dans un tableau les différentes sommes possibles obtenues à partir des lancers des deux dés.

| 2 <sup>ème</sup> dé \ 1 <sup>er</sup> dé | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4  |
|------------------------------------------|---|---|---|---|---|----|
| 1                                        | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5  |
| 2                                        | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 6  |
| 3                                        | 5 | 5 | 6 | 6 | 6 | 7  |
| 4                                        | 6 | 6 | 7 | 7 | 7 | 8  |
| 5                                        | 7 | 7 | 8 | 8 | 8 | 9  |
| 6                                        | 8 | 8 | 9 | 9 | 9 | 10 |

Il y a 6 possibilités d'obtenir la somme égale à 6 et il y a 36 possibilités différentes donc la probabilité d'obtenir 3 jetons  $\frac{6}{36}$ , soit  $\frac{1}{6}$ .

Méthode 3 : utilisation d'un arbre de probabilités

Un arbre de probabilités pondéré, constitué de 18 ( $3 \times 6$ ) branches permet également d'obtenir la réponse mais il est plus difficile à gérer.

### 3) Probabilité de ne pas obtenir de jetons

On n'obtient pas de jeton si la somme est impaire donc pour les sommes : 3, 5, 7 ou 9.

Méthode 1 : calcul des probabilités

$$P(\text{somme impaire}) = P(\text{obtenir 3, 5, 7 ou 9})$$

$$P(\text{obtenir 3}) = P(1; 2) = P_1(1) \times P_2(2) = \frac{1}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{36}.$$

$$P(\text{obtenir 5}) = P(1; 4) + P(2; 3) + P(3; 2) = P_1(1) \times P_2(4) + P_1(2) \times P_2(3) + P_1(3) \times P_2(2)$$

$$P(\text{obtenir 5}) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{3}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

$$P(\text{obtenir 7}) = P(3; 4) + P(4; 3) + P(5; 2) = P_1(3) \times P_2(4) + P_1(4) \times P_2(3) + P_1(5) \times P_2(2)$$

$$P(\text{obtenir 7}) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{3}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

$$P(\text{obtenir 9}) = P(5; 4) + P(6; 3) = P_1(5) \times P_2(4) + P_1(6) \times P_2(3) = \frac{1}{6} \times \frac{3}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{5}{36}.$$

$$\text{Donc } P(\text{somme impaire}) = \frac{1}{36} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{5}{36} = \frac{1}{2}.$$

La probabilité de ne pas obtenir de jeton est égale à  $\frac{1}{2}$ .

Méthode 2 : analyse de tous les cas

On note dans un tableau les différentes sommes possibles obtenues à partir des lancers des deux dés.

| 2 <sup>ème</sup> dé \ 1 <sup>er</sup> dé | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4  |
|------------------------------------------|---|---|---|---|---|----|
| 1                                        | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5  |
| 2                                        | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 6  |
| 3                                        | 5 | 5 | 6 | 6 | 6 | 7  |
| 4                                        | 6 | 6 | 7 | 7 | 7 | 8  |
| 5                                        | 7 | 7 | 8 | 8 | 8 | 9  |
| 6                                        | 8 | 8 | 9 | 9 | 9 | 10 |

Il y a 18 possibilités d'obtenir une somme impaire et il y a 36 possibilités différentes

donc la probabilité de ne pas obtenir de jeton est  $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$ .

Méthode 3 : utilisation d'un arbre de probabilités

(comme indiqué à la question précédente)

### 4) Probabilité d'obtenir au moins un jeton

**(obtenir 3 jetons)** désigne l'ensemble des couples (nombre du 1<sup>er</sup> dé, nombre du 2<sup>ème</sup> dé) qui permettent de gagner 3 jetons, c'est-à-dire que la somme des deux nombres du couple vaut 6.

**(ne pas obtenir de jeton)** désigne l'ensemble des couples (nombre du 1<sup>er</sup> dé, nombre du 2<sup>ème</sup> dé) qui ne permettent pas le gain de jeton, c'est-à-dire que la somme des deux nombres du couple est impaire.

**(obtenir un seul jeton)** désigne l'ensemble des couples (nombre du 1<sup>er</sup> dé, nombre du 2<sup>ème</sup> dé) qui permettent de gagner 1 seul jeton, c'est-à-dire que la somme des deux nombres du couple est paire et différente de 6.

Ces trois événements sont disjoints et leur réunion est l'ensemble des couples (nombre du 1<sup>er</sup> dé, nombre du 2<sup>ème</sup> dé) que l'on peut obtenir lors d'un lancer des deux dés, soit l'univers  $\Omega$ , ensemble des événements possibles.

$$\text{Univers } \Omega = (\text{obtenir 3 jetons}) \cup (\text{ne pas obtenir de jeton}) \cup (\text{obtenir un seul jeton}).$$

### Méthode 1 : évènement contraire

(Obtenir au moins un jeton) est l'évènement contraire à l'évènement (ne pas obtenir de jeton).  
Par conséquent :

$$P(\text{obtenir au moins un jeton}) = 1 - P(\text{ne pas obtenir de jeton}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

**La probabilité d'obtenir au moins un jeton est  $\frac{1}{2}$ .**

### Méthode 2 : calcul de probabilités

Obtenir au moins un jeton correspond à la réunion de deux évènements (obtenir un jeton) et (obtenir trois jetons).

$$P(\text{obtenir au moins un jeton}) = P(\text{obtenir exactement un jeton}) + P(\text{obtenir trois jetons})$$

$$P(\text{obtenir exactement un jeton}) = P(\text{pair différent de 6}) = P(\text{somme égale à 4 ou 8 ou 10})$$

$$= P(4) + P(8) + P(10)$$

$$= P((1; 3)) + P((2; 2)) + P((4; 4)) + P((5; 3)) + P((6; 2)) + P((6; 4))$$

$$= P_1(1) \times P_2(3) + P_1(2) \times P_2(2) + P_1(4) \times P_2(4) + P_1(5) \times P_2(3) + P_1(6) \times P_2(2) + P_1(6) \times P_2(4)$$

$$= \frac{1}{6} \times \frac{3}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{3}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$$

$$= \frac{3 + 2 + 1 + 3 + 2 + 1}{36} = \frac{12}{36}$$

$$\text{et } P(\text{obtenir 3 jetons}) = \frac{6}{36}, \text{ d'après la question 2.}$$

$$\text{Donc } P(\text{obtenir au moins un jeton}) = \frac{12}{36} + \frac{6}{36} = \frac{18}{36}.$$

**La probabilité d'obtenir au moins un jeton est de  $\frac{1}{2}$ .**

### Méthode 3 : analyse de tous les cas

On note dans un tableau les différentes sommes possibles obtenues à partir des lancers des deux dés.

| 2 <sup>ème</sup> dé \ 1 <sup>er</sup> dé | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4  |
|------------------------------------------|---|---|---|---|---|----|
| 1                                        | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5  |
| 2                                        | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 6  |
| 3                                        | 5 | 5 | 6 | 6 | 6 | 7  |
| 4                                        | 6 | 6 | 7 | 7 | 7 | 8  |
| 5                                        | 7 | 7 | 8 | 8 | 8 | 9  |
| 6                                        | 8 | 8 | 9 | 9 | 9 | 10 |

Il y a 18 possibilités d'obtenir une somme paire et il y a 36 possibilités différentes ;

$$\text{donc la probabilité d'obtenir au moins un jeton est } \frac{18}{36} = \frac{1}{2}.$$

### Méthode 4 : utilisation d'un arbre de probabilités

(comme indiqué à la question 2)