

1) Rayon du gâteau numéro 3

Méthode 1 : par étapes de calculs successifs

Le rayon du gâteau n° 1 est $r_1 = 30$ cm ; le rayon du gâteau n°2 est $r_2 = \frac{2}{3} \times r_1 = \frac{2}{3} \times 30$ cm = 20 cm ;
le rayon du gâteau n° 3 est $r_3 = \frac{3}{4} \times r_2 = \frac{3}{4} \times 20$ cm = 15 cm.

Méthode 2

$$r_3 = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times 30 \text{ cm} = \frac{1}{2} \times 30 \text{ cm} = 15 \text{ cm}.$$

2) Volume total exact de la pièce montée

Rappel du volume d'un cylindre :

$\pi \times r^2 \times h$ avec r rayon du cylindre et h sa hauteur.

La hauteur est la même pour les trois gâteaux : $h = 10$ cm.

On somme les volumes des trois gâteaux (en cm^3) :

$$\pi \times r_1^2 \times h + \pi \times r_2^2 \times h + \pi \times r_3^2 \times h = 10\pi \times (r_1^2 + r_2^2 + r_3^2) = 10\pi (30^2 + 20^2 + 15^2) = 15250\pi.$$

Le volume total exact de la pièce montée est $15\,250\pi \text{ cm}^3$.

3) Fraction du volume total représentée par le volume du gâteau numéro 3

Pour calculer la fraction du volume total que représente le volume du gâteau n°3, on calcule le rapport :

$$\frac{V_3}{V_{\text{total}}} = \frac{2250\pi}{15\,250\pi} = \frac{9 \times 250}{61 \times 250} = \frac{9}{61},$$

écrit sous forme d'une fraction irréductible car 61 n'est pas un multiple de 3.

Le volume du gâteau n°3 représente les $\frac{9}{61}$ du volume du gâteau total.