

1) Vérification que la distance d'un tour de piste complet parcourue par le coureur du couloir 1 est d'environ 400 m

La distance d'un tour de piste complet parcourue par le coureur du couloir 1 correspond à la longueur de la ligne intérieure du couloir 1, qui est composée de 2 segments de longueur 100 m et deux demi-cercles de rayon 31,83 m : $2 \times 100 \text{ m} + 2 \times \pi \times 31,83 \text{ m} \approx 400 \text{ m}$

La distance d'un tour de piste complet parcourue par le coureur du couloir 1 est d'environ 400 m.

2) Dessin du couloir n°1 à l'échelle 1/1200. Indiquer les calculs effectués pour réaliser la construction

Les deux bords du couloir 1 ont une longueur de $100 \text{ m} = 10\,000 \text{ cm}$.

Les deux demi-cercles du bord intérieur du couloir 1 ont comme rayon $31,83 \text{ m} = 3\,183 \text{ cm}$.

La largeur du couloir 1 est de $1,22 \text{ m} = 122 \text{ cm}$.

Les deux demi-cercles du bord extérieur du couloir 1 ont comme rayon :

$$31,83 \text{ m} + 1,22 \text{ m} = 33,05 \text{ m} = 3\,305 \text{ cm}$$

Calculons les dimensions du dessin, au mm près, sachant que 1 cm sur le dessin représente 1200 cm sur la piste :

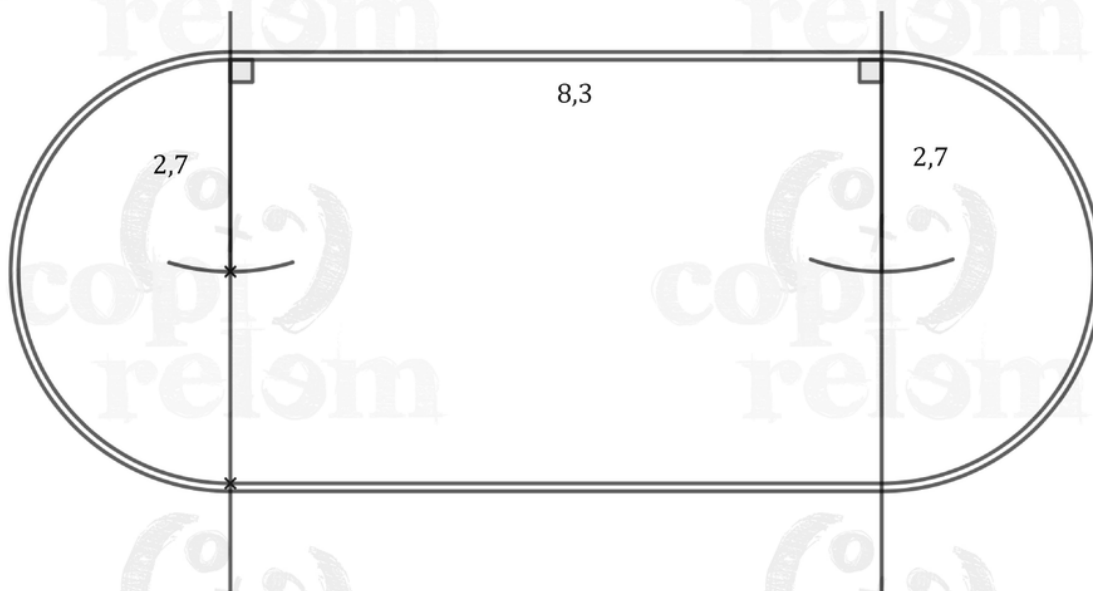
$$10\,000 \text{ cm} \times \frac{1}{1200} = \frac{25}{3} \text{ cm} \approx 8,3 \text{ cm}$$

$$3\,183 \text{ cm} \times \frac{1}{1200} = \frac{1061}{400} \text{ cm} \approx 2,7 \text{ cm}$$

$$122 \text{ cm} \times \frac{1}{1200} \approx 0,1 \text{ cm}$$

$$3\,305 \text{ cm} \times \frac{1}{1200} \approx 2,8 \text{ cm}$$

Sur le dessin, la ligne intérieure est composée de deux segments de 8,3 cm et de deux demi-cercles de rayon 2,7 cm. La ligne extérieure est composée de deux demi-cercles de rayon 2,8 cm et de même centre que ceux de la ligne intérieure, et de deux segments de 8,3 cm parallèles à ceux de la ligne intérieure, écartés de 0,1 cm.



Remarque

Pour réaliser le dessin, on peut tracer un premier segment de 8,3 cm de longueur et les deux droites perpendiculaires à ce segment en chacune de ses extrémités. Pour trouver le centre des demi-cercles, on reporte au compas le rayon 2,7 cm sur les deux perpendiculaires à partir des extrémités du segment.

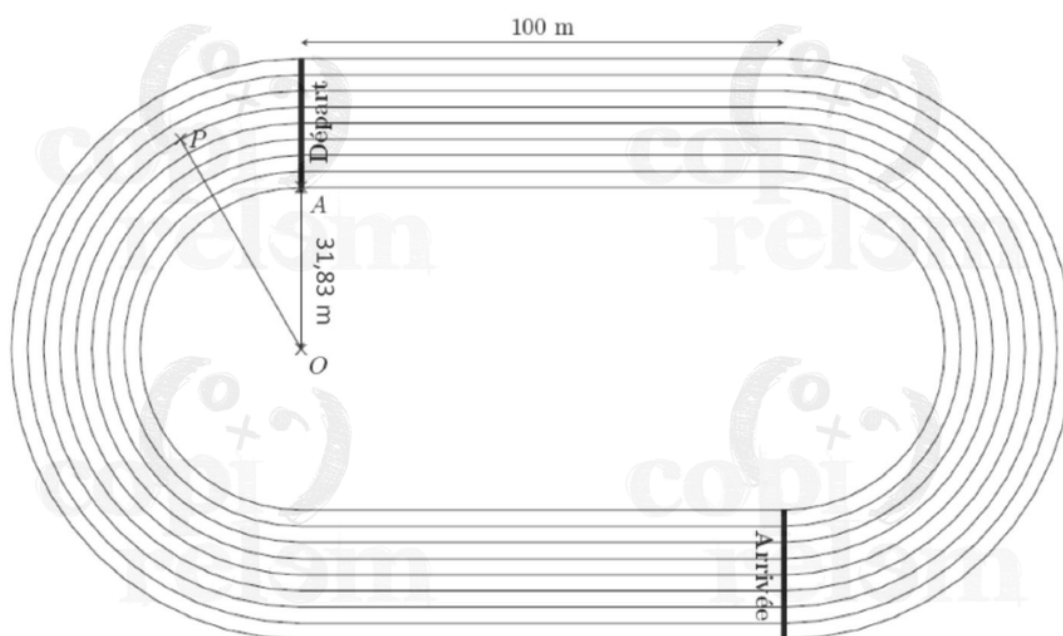
3) Explication du décalage au départ d'une course de 200 m

Chaque ligne délimitant les couloirs est composée de deux segments de 100 m et de deux demi-cercles dont les rayons vont croissant de l'intérieur vers l'extérieur. La longueur de chaque ligne est donc croissante du 1^{er} au 8^{ème} couloir.

Sachant que la ligne d'arrivée est tracée de manière perpendiculaire au couloir, il est nécessaire de placer les positions de départ des coureurs de manière équitable : chacune doit être à 200 m de la ligne d'arrivée.

Au départ les 8 coureurs ne seront donc pas placés sur une même ligne de départ. Il faudra donc un décalage.

4) a) Calcul du décalage du coureur du couloir n°6 au centimètre près



$$OP = 31,83 \text{ m} + 5 \times 1,22 \text{ m} = 37,93 \text{ m}$$

La longueur du demi-cercle sur lequel est le point P est donc $37,93\pi \text{ m}$.

Comme il faut que la distance de P à l'arrivée soit de 200 m, il faut que la distance parcourue sur ce demi-cercle par le coureur soit de 100 m. Le décalage est donc $(37,93\pi - 100) \text{ m} \approx 19,16 \text{ m}$ à 1 cm près.

Le décalage du coureur du couloir n°6 est 19,16 m à 1 cm près.

4) b) Calcul de la mesure de l'angle α pour le couloir n°6, arrondie au dixième de degré

La mesure d'un angle au centre est proportionnelle à la longueur de l'arc intercepté.

Pour le demi-cercle de longueur $37,93\pi \text{ m}$, la mesure de l'angle est 180° .

Pour l'arc correspondant au décalage de longueur 19,16 m, la mesure de l'angle est α .

On a donc le tableau de proportionnalité suivant :

Longueur de l'arc en m	$37,93\pi \text{ m}$	19,16 m
Angle au centre en $^\circ$	180°	α

$$\alpha = \frac{180^\circ \times 19,16 \text{ m}}{37,93\pi \text{ m}} \approx 28,9^\circ$$

La mesure de l'angle α pour le couloir n°6 est $28,9^\circ$ au dixième de degré près.

4) c) Proportionnalité entre le numéro du couloir et la valeur de α ?

La courbe (donnée dans l'énoncé) représentant la fonction donnant α en fonction du numéro de couloir n'est pas une droite.

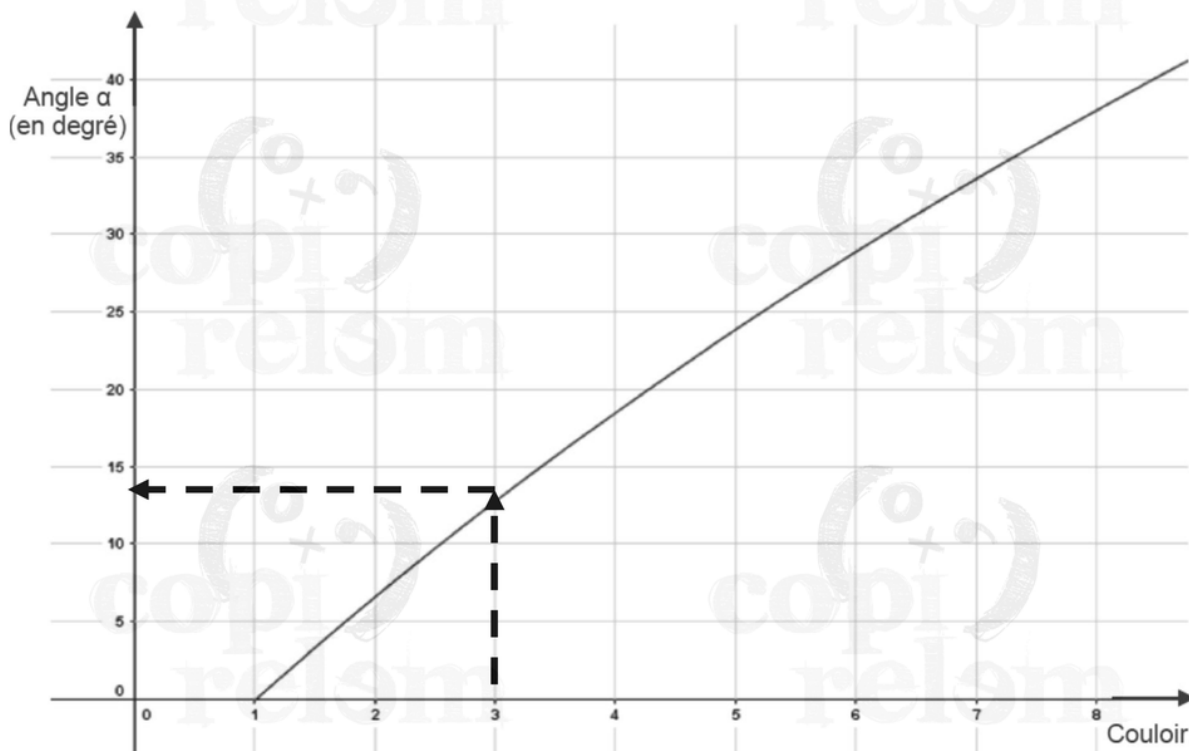
Le numéro de couloir et la valeur de α ne sont donc pas proportionnels.

Autre justification possible

La courbe représentant la fonction donnant α en fonction du numéro de couloir ne passe pas par l'origine du repère.

Le numéro de couloir et la valeur de α ne sont donc pas proportionnels.

4) d) Encadrement d'amplitude 2° de l'angle α pour le couloir n°3, par lecture graphique



Sur le graphique, la valeur de α correspondant au couloir 3 est l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse 3. Cette ordonnée est comprise entre 12° et 14° , ($14^\circ - 12^\circ = 2^\circ$).

$12^\circ < \alpha < 14^\circ$ est donc un encadrement d'amplitude 2° de la valeur de α pour le couloir n°3.

4) e) Formule à entrer dans la case B2 pour calculer le décalage

Notons n le numéro de couloir, et calculons le décalage et l'angle en fonction de n :

Le rayon du demi-cercle intérieur du couloir n est $31,83 \text{ m} + (n - 1) \times 1,22 \text{ m}$

Le décalage pour le couloir n correspond à la longueur du demi-cercle intérieur auquel on soustrait 100 m :

$$(31,83 \text{ m} + (n - 1) \times 1,22 \text{ m}) \times \pi - 100 \text{ m}$$

La formule qui calcule ce décalage est : $=PI()*((A2-1)*1,22+31,83)-100$; on la copie dans la case B2 puis on la fait glisser dans toute la colonne.

5) a) Vitesse moyenne de Usain Bolt en km/h

La vitesse moyenne en km/h s'obtient en divisant la distance parcourue en km par la durée du parcours en h. La distance parcourue est 200 m, soit 0,2 km et la durée est 19,19 s, soit $\frac{19,19}{3600}$ h.

La vitesse moyenne d'Usain Bolt en km/h est donc :

$$\frac{0,2 \text{ km}}{\frac{19,19}{3600} \text{ h}} = 0,2 \text{ km} \times \frac{3600}{19,19 \text{ h}} = \frac{720 \text{ km}}{19,19 \text{ h}} \quad \text{soit environ } 37,5 \text{ km/h au dixième près.}$$

La vitesse moyenne du Jamaïcain Usain Bolt est de 37,5 km/h au dixième près.

5) b) Temps mis par Usain Bolt pour effectuer à cette vitesse un marathon

Remarque

L'expression « à cette vitesse » peut être interprétée de deux façons différentes : on peut utiliser dans les calculs soit la valeur exacte soit la valeur approchée obtenue à la question précédente.

Avec la valeur exacte de la vitesse moyenne

À vitesse constante, la durée de parcours est proportionnelle à la distance parcourue.

On a le tableau de proportionnalité suivant :

Distance parcourue	$\frac{720}{19,19}$ km	42,195 km
Durée du trajet	1 h	T

$$\text{d'où } T = \frac{42,195}{\frac{720}{19,19}} \text{ h} = 42,195 \times \frac{19,19}{720} \text{ h} = \frac{809,72205}{720} \text{ h} = \frac{720 + 89,72205}{720} \text{ h} = 1 \text{ h} + \frac{89,72205}{720} \text{ h}$$

$$\text{soit } T = 1 \text{ h} + \frac{89,72205 \times 60}{720} \text{ min} = 1 \text{ h} + \frac{5383,323}{720} \text{ min} = 1 \text{ h} + \frac{7 \times 720 + 343,323}{720} \text{ min}$$

$$\text{et enfin } T = 1 \text{ h} + 7 \text{ min} + \frac{343,323 \times 60}{720} \text{ s}$$

$$\text{soit } T \approx 1 \text{ h} + 7 \text{ min} + 29 \text{ s.}$$

À la vitesse de 37,5 km/h, le Jamaïcain Usain Bolt mettrait à la seconde près 1 h 7 min 29 s pour effectuer un marathon de 42,195 km.

Avec la valeur arrondie au dixième de la vitesse moyenne

$$T = \frac{42,195}{37,5} \text{ h} = 1,1252 \text{ h} = 1 \text{ h} + 0,1252 \times 60 \text{ min} = 1 \text{ h} + 7,512 \text{ min}$$

$$\text{soit } T = 1 \text{ h} + 7 \text{ min} + 0,512 \times 60 \text{ s}$$

$$\text{soit } T \approx 1 \text{ h} + 7 \text{ min} + 31 \text{ s.}$$

À la vitesse de 37,5 km/h, le Jamaïcain Usain Bolt mettrait à la seconde près 1 h 7 min 31 s pour effectuer un marathon de 42,195 km.

5) c) Pourcentage de réduction par Usain Bolt du précédent record du monde de 200 m

Usain Bolt a amélioré le précédent record de 19,32 s – 19,19 s soit 0,13 s.

Ce qui, ramené au record précédent, correspond à un pourcentage de :

$$\frac{0,13}{19,32} \times 100 \approx 0,67\%$$

Usain Bolt a réduit le temps record de 0,67% à 0,01% près.