

1) Affirmation 1 : 126 possède exactement 10 diviseurs.*Méthode 1 (identification de tous les diviseurs positifs de 126)*

On énumère tous les diviseurs possibles. La recherche exhaustive doit passer par une procédure permettant de ne pas en oublier. On les teste successivement à partir de 1.

126 est divisible par 1 (comme tout entier) : $126 = 1 \times 126$; par conséquent il est aussi divisible par 126.

126 est divisible par 2 (c'est un nombre pair) : $126 = 2 \times 63$; par conséquent il est aussi divisible par 63.

126 est divisible par 3 (la somme de ses chiffres $1 + 2 + 6 = 9$ est divisible par 3) : $126 = 3 \times 42$; par conséquent il est aussi divisible par 42.

126 n'est pas divisible par 4 (la moitié de 126 est 63, et 63 est un nombre impair).

126 n'est pas divisible par 5 (son chiffre des unités n'est ni 0, ni 5).

126 est divisible par 6 (il est divisible par 2 et par 3) : $126 = 6 \times 21$; par conséquent il est aussi divisible par 21.

126 est divisible par 7 ($126 = 7 \times 18$) ; par conséquent il est aussi divisible par 18.

126 n'est pas divisible par 8 (il n'est pas divisible par 4, donc *a fortiori* pas par 8).

126 est divisible par 9 (la somme de ses chiffres $1 + 2 + 6 = 9$ est divisible par 9) : $126 = 9 \times 14$; par conséquent il est aussi divisible par 14.

126 n'est pas divisible par 10 (son chiffre des unités n'est pas 0).

126 n'est pas divisible par 11 ($126 = 11 \times 11 + 4$).

126 n'est pas divisible par 12 ($126 = 12 \times 10 + 6$). On remarque ici que le quotient obtenu est inférieur à 12, et qu'il est donc inutile de continuer à tester les entiers supérieurs à 12.

De manière générale, il est inutile de tester les nombres entiers supérieurs à $\sqrt{126}$.

On obtient alors la liste suivante des diviseurs de 126 :

1	126
2	63
3	42
6	21
7	18
9	14

On constate qu'il existe 12 diviseurs positifs de 126. **L'affirmation est donc fausse.**

Dans les méthodes suivantes, on décompose 126 en produit de facteurs premiers :

$$126 = 2 \times 63 = 2 \times 9 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7.$$

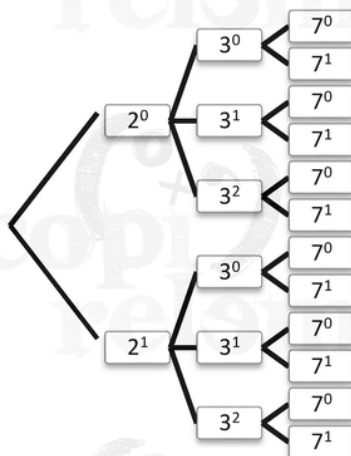
Méthode 2 (identification d'au moins 11 diviseurs de 126)

À partir de la décomposition de 126 en produit de facteurs premiers, on peut constater que les nombres 1 ; 2 ; 3 ; 7 ; 9 ; 14 ; 18 ; 21 ; 42 ; 63 et 126 (par exemples) sont des diviseurs positifs de 126. Ce dernier a donc au moins 11 diviseurs positifs. **L'affirmation est donc fausse.**

Méthode 3 (identification de tous les diviseurs positifs de 126 à partir de la décomposition en facteurs premiers)

L'arbre suivant permet de lister toutes les façons de choisir un ou plusieurs termes de la décomposition $2 \times 3^2 \times 7$ afin d'obtenir tous les diviseurs positifs de 126.

Par exemple le chemin $2^0 \rightarrow 3^2 \rightarrow 7^1$ permet d'obtenir le diviseur $2^0 \times 3^2 \times 7^1 = 63$



On constate qu'il existe $2 \times 3 \times 2 = 12$ diviseurs positifs de 126. **L'affirmation est donc fausse.**

Méthode 4 (calcul du nombre de diviseurs de 126)

La décomposition en produit de facteurs premiers nous permet de calculer le nombre de diviseurs de 126, sans dresser la liste de ceux-ci : en réalisant le produit de tous les exposants des facteurs premiers présents dans la décomposition du nombre auxquels on a ajouté 1.

Dans le cas de 126, cela donne : $(1 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 12$.

Donc 126 a exactement 12 diviseurs positifs. **L'affirmation est donc fausse.**

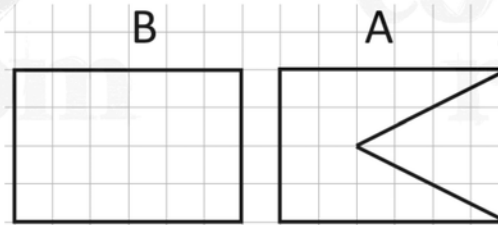
Remarque

Cette dernière méthode peut s'expliquer à l'aide d'un arbre comme celui présenté dans la méthode 3.

2) Affirmation 2 : Si un polygone non croisé A a un périmètre supérieur au périmètre du polygone non croisé B alors l'aire du polygone A est supérieure à l'aire du polygone B.

Le contre-exemple suivant prouve que **l'affirmation est fausse.**

On prend pour polygone B un rectangle et pour polygone A un pentagone construit à partir de ce rectangle comme sur la figure suivante :



A est un polygone non croisé dont le périmètre est supérieur à celui du polygone non croisé B et dont l'aire est inférieure à celle du polygone non croisé B.

3) Affirmation 3 : Si des prix augmentent de 5 % par an, ils auront plus que doublé en 15 ans.

Augmenter un prix de 5 % revient à le multiplier par $1 + \frac{5}{100} = 1,05$.

Si les prix augmentent de 5 % par an, en 15 ans, ils auront été multipliés par $(1,05)^{15}$
 $(1,05)^{15} \approx 2,07$

Les prix auront donc plus que doublé.

L'affirmation est donc vraie.

4) Affirmation 4 : Les dimensions de mon échantillon de parfum sont cinq fois plus petites que celles de mon flacon habituel. Il y a donc 25 fois moins de parfum dans l'échantillon que dans le flacon habituel.

Le volume de l'échantillon de parfum est déterminé par trois dimensions. Si chacune de ces dimensions est cinq fois plus petite que celle du flacon habituel, alors le volume sera 5^3 fois plus petit. Il y a donc 125 fois moins de parfum dans l'échantillon que dans le flacon habituel et non 25.

L'affirmation est donc fausse.