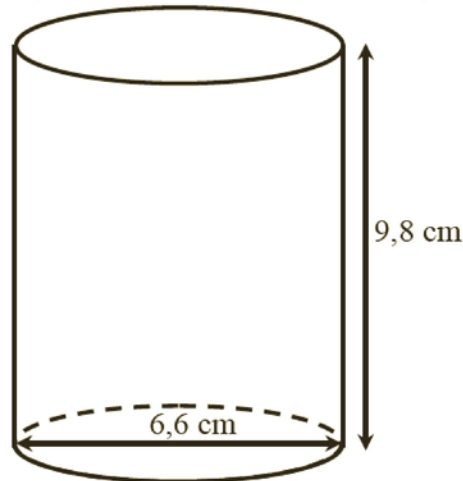


Dans cette partie, on cherche à optimiser la quantité de métal nécessaire à la fabrication de canettes de 33 centilitres (cL).

PARTIE A : canette « classique »

On modélise une « canette classique » par le cylindre de révolution représenté ci-dessous.



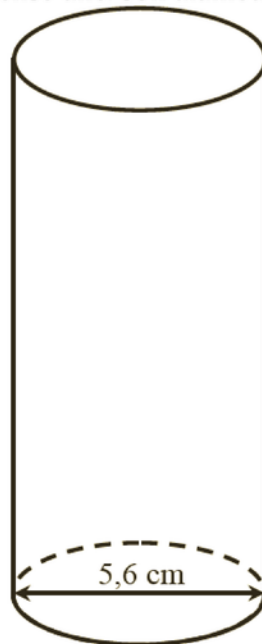
Le volume d'un tel cylindre s'obtient en multipliant l'aire de sa base par sa hauteur.

Vérifier que le volume de ce cylindre, de diamètre 6,6 cm et de hauteur 9,8 cm, est supérieur à 33 cL.

PARTIE B : canette « slim »

Un nouveau format de canette est apparu dernièrement sur le marché. Ces canettes allongées, dites « slim », sont plus hautes et plus fines que les précédentes, pour une même contenance.

Le cylindre représenté ci-dessous en modélise une. Son diamètre est de 5,6 cm.



Déterminer au millimètre près la plus petite hauteur possible du cylindre pour que la canette contienne au moins 33 cL.

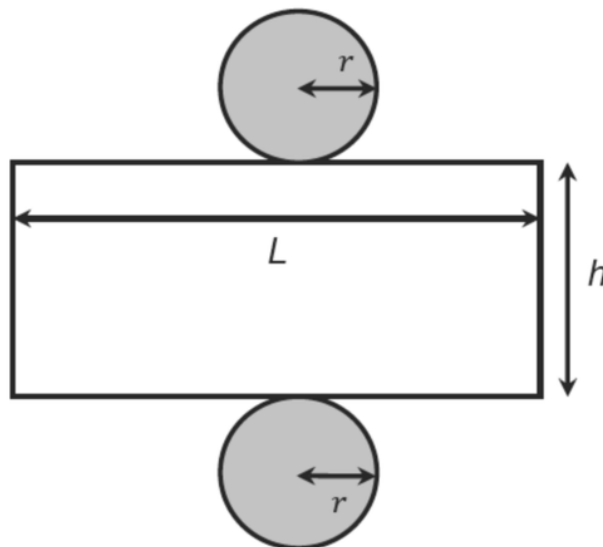
PARTIE C : étude du lien entre le rayon de la base d'une canette de 33 cl et l'aire de son patron

On appelle r le rayon, en centimètre, de la base du cylindre modélisant une canette de 33 cL et h sa hauteur, en centimètre.

- 1) Vérifier que :

$$h = \frac{330}{\pi r^2}$$

- 2) La figure ci-dessous représente le patron du cylindre. Celui-ci est formé de deux disques, et d'un rectangle de largeur h et de longueur L , exprimée en centimètre. Exprimer la longueur L en fonction de r .



Cette figure n'est pas à l'échelle.

- 3) Vérifier que l'aire, en centimètre carré, de la partie rectangulaire du patron est $\frac{660}{r}$.
- 4) Exprimer l'aire totale A du patron du cylindre, en centimètre carré, en fonction de r .

PARTIE D : lecture graphique

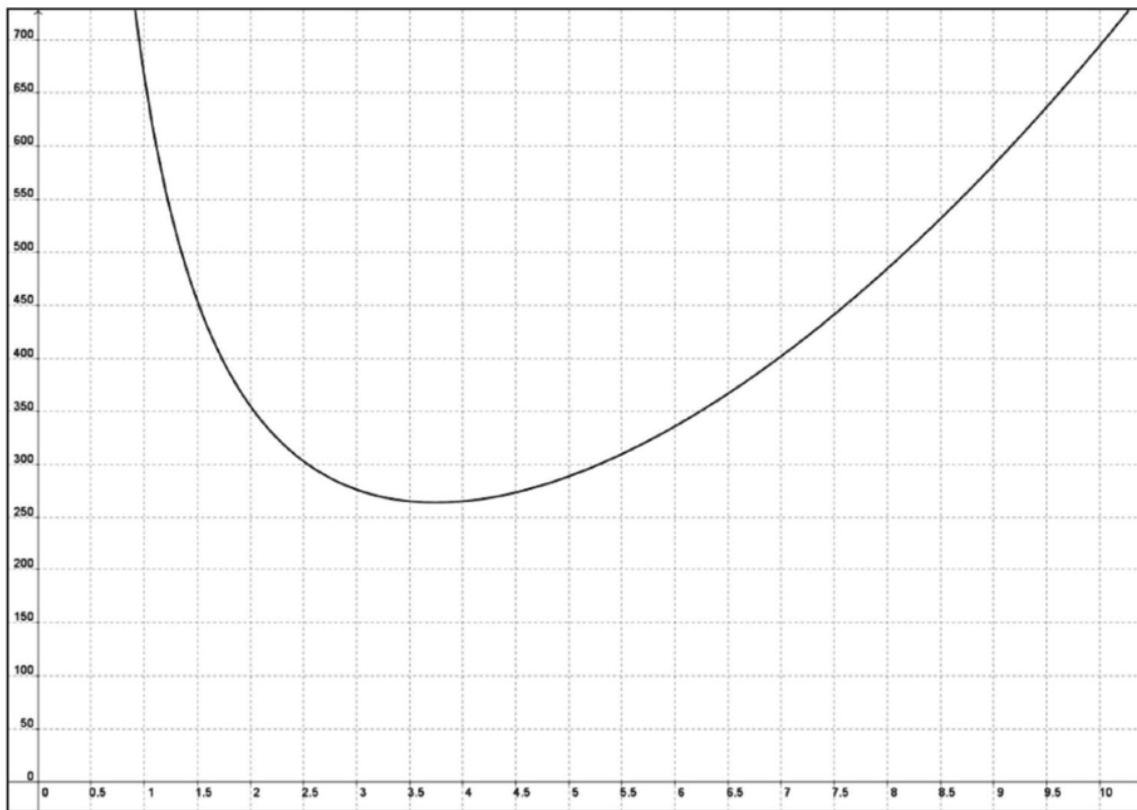
On s'intéresse à la réalisation d'un cylindre de révolution de base de rayon r , exprimé en centimètre, et de contenance 33 cL. L'aire, exprimée en centimètre carré, de la surface de métal nécessaire est modélisée par la fonction f qui, à tout nombre r strictement positif, associe

$$f(r) = 2\pi r^2 + \frac{660}{r}.$$

La fonction f est représentée en page suivante.

Répondre par lecture graphique aux questions suivantes :

- Quelle est l'aire de la surface de métal nécessaire pour un cylindre dont la base a pour rayon 1,5 cm ?
- À quelle(s) valeur(s) du rayon du cylindre correspond une aire de 300 cm² ?
- Déterminer laquelle de la canette « classique » ou de la canette « slim » utilise le moins de surface de métal pour sa réalisation. Justifier la réponse en donnant les lectures graphiques effectuées.
- À quelle valeur du rayon correspond la surface minimale de métal nécessaire à la fabrication d'une canette de 33 cL ?



PARTIE E : utilisation d'un tableur

On souhaite, à l'aide d'un tableur, affiner la réponse obtenue à la question 4 de la partie D par lecture graphique.

Voici une copie d'écran de la feuille de calcul utilisée :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	r	3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4
2	f(r)	276,55	273,28	270,59	268,42	266,75	265,54	264,76	264,40	264,41	264,80	265,53

- 1) Écrire une formule qui, entrée dans la cellule B2 et étirée vers la droite, permet d'obtenir les valeurs de $f(r)$ sur la ligne 2.

Note : la fonction PI() du tableur renvoie la valeur de π avec une précision de 15 décimales.

- 2) Utiliser cette feuille de calcul pour déterminer un encadrement, le plus précis possible, du rayon du cylindre permettant de minimaliser l'aire de la surface de métal nécessaire à la réalisation d'une canette de 33 cL.
- 3) Déterminer la hauteur de la canette de 33 cL ayant une base de rayon 3,7 cm.
Arrondir le résultat au dixième de centimètre.

PARTIE F

Les canettes sont fabriquées à partir d'une feuille plane de tôle d'aluminium d'épaisseur 130 micromètres (μm). Un micromètre est égal à un millionième de mètre. La masse volumique de l'aluminium est 2700 kg/m^3 .

On s'intéresse aux canettes classiques dont le rayon est de 3,3 cm et dont la surface de métal nécessaire est de $268,42 \text{ cm}^2$, selon le tableau précédent.

On admet que l'anneau pour ouvrir la canette et le rivet de liaison entre l'anneau et le couvercle ont une masse de 1,4 g et que la masse d'aluminium nécessaire pour souder le couvercle au reste de la canette est 1,9 g.

- 1) Déterminer, au dixième de gramme près, la masse d'aluminium nécessaire pour fabriquer une cannette classique.
- 2) Il faut 9 kg d'aluminium pour fabriquer un certain type de vélo. Estimer le nombre de cannettes classiques nécessaires pour obtenir l'aluminium pour fabriquer un tel vélo.