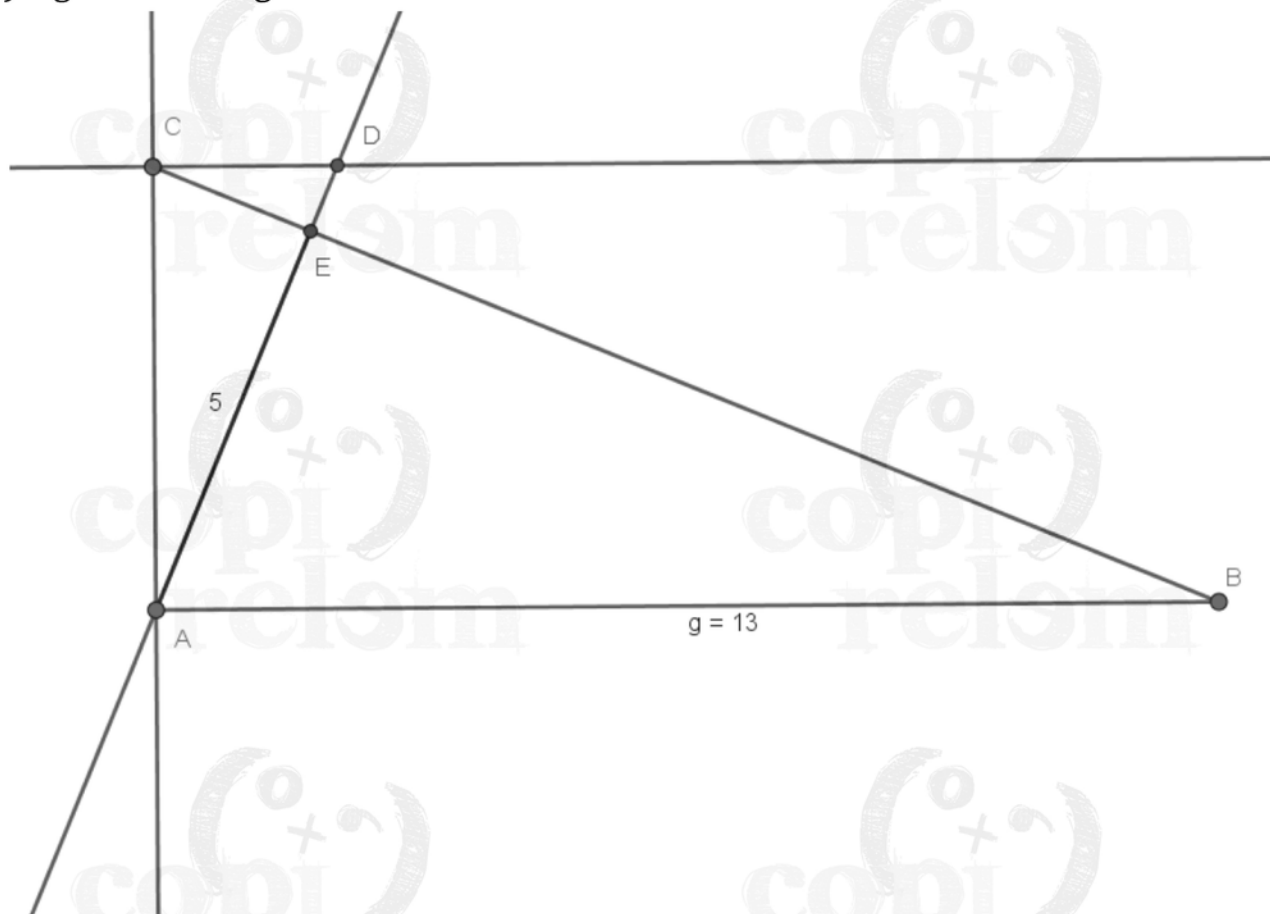


1) Figure en vraie grandeur.



2) Aire du triangle CEA

Dans cette question, toutes les mesures de longueur sont exprimées en cm.

Méthode 1 : par calcul sur les longueurs

Pour calculer l'aire du triangle ACE en utilisant la formule de l'aire d'un triangle, il suffit de connaître AE et EC. Nous savons déjà que $AE = 5$.

Puisque C, E et B sont alignés : $EC = BC - BE$.

Calcul de BE

Le triangle AEB est rectangle en E, on peut appliquer le théorème de Pythagore : $AB^2 = AE^2 + BE^2$.

D'où : $BE^2 = AB^2 - AE^2 = 13^2 - 5^2 = 144$.

Donc $BE = 12$.

Calcul de BC

Dans le triangle rectangle ABC on a : $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$.

Dans le triangle rectangle AEB on a : $\cos \widehat{ABC} = \frac{BE}{BA} = \frac{12}{13}$.

On en déduit que : $\frac{AB}{BC} = \frac{12}{13}$.

Ainsi : $BC = \frac{13 \times AB}{12}$.

Donc : $BC = \frac{13^2}{12}$.

Calcul de EC

$EC = BC - BE = \frac{13^2}{12} - 12$.

Calcul de l'aire de ACE

Aire ACE = $\frac{1}{2} \times \left(\frac{13^2}{12} - 12 \right) \times 5 \text{ cm}^2 \approx 5,20833 \text{ cm}^2$.

Or : $5,20833 \text{ cm}^2 = 520,833 \text{ mm}^2$.

L'aire du triangle CEA est d'environ 520,8 mm² (arrondi au dixième près).

Méthode 2 : par calcul sur les aires

On peut trouver l'aire de ACE par différence : Aire ACE = Aire ABC - Aire ABE.

Pour calculer les aires de ces deux triangles, on doit par calculer BE et BC.

Calcul de BE

Le triangle AEB est rectangle en E, on peut appliquer le théorème de Pythagore : $AB^2 = AE^2 + BE^2$.

D'où : $BE^2 = AB^2 - AE^2 = 13^2 - 5^2 = 144$.

Donc $BE = 12$.

On en déduit l'aire du triangle ABE : aire ABE = $\frac{1}{2} \times 5 \times 12 \text{ cm}^2 = 30 \text{ cm}^2$.

Calcul de BC

Dans le triangle rectangle ABC on a : $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$.

Dans le triangle rectangle AEB on a : $\cos \widehat{ABC} = \frac{BE}{BA} = \frac{12}{13}$.

On en déduit que : $\frac{AB}{BC} = \frac{12}{13}$.

Ainsi : $BC = \frac{13 \times AB}{12}$.

Donc : $BC = \frac{13^2}{12}$.

On en déduit l'aire de ABC : Aire ABC = $\frac{BC \times AE}{2} \text{ cm}^2 = \frac{\frac{13^2}{12} \times 5}{2} \text{ cm}^2$.

Calcul de l'aire de ACE

Aire ACE = aire ABC - aire ABE.

Donc Aire ACE = $\frac{13^2}{2} \times 5$ cm² - 30 cm² $\approx$ 5,20833 cm².
Or : 5,20833 cm² = 520,833 mm².

L'aire du triangle CEA est d'environ 520,8 mm² (arrondi au dixième près).

Méthode 3 : identification de triangles semblables

Les droites (AB) et (CD) sont parallèles car elles sont toutes les deux perpendiculaires à (AC). Les angles alternes-internes $\widehat{BAE}$ et $\widehat{ADC}$ sont égaux. Notons α la mesure en degré de l'angle $\widehat{BAE}$.

On a : $\widehat{BAE} = \widehat{ADC} = \alpha$.

Le triangle AEB est rectangle en E, donc : $\widehat{ABE} + 90 + \alpha = 180$.

Ainsi : $\widehat{ABE} = 90 - \alpha$.

Le triangle CED est rectangle en E donc : $\widehat{ECD} = 90 - \alpha$.

Le triangle AEC est rectangle en E, donc : $\widehat{ECA} + \widehat{CAE} + 90 = 180$.

Or $\widehat{CAE} = 90 - \alpha$, donc on a : $\widehat{ECA} = 180 - 90 - (90 - \alpha) = \alpha$.

Les triangles AEB et AEC ont leurs angles égaux à 90°, α et $(90 - \alpha)$. Ils sont donc semblables et les longueurs de leurs côtés sont donc proportionnelles.

D'après le théorème de Pythagore dans le triangle AEB rectangle en E, on a :

$$EB^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144. \text{ On a donc : } EB = 12.$$

On a alors le tableau de proportionnalité suivant :

Côtés de AEB	AB = 13	AE = 5	EB = 12
Côtés de CEA	AC	CE	AE = 5

On peut ainsi calculer CE : $CE = \frac{5 \times 5}{12} = \frac{25}{12}$.

On peut alors calculer l'aire du triangle CEA : $\frac{CE \times EA}{2} = \frac{\frac{25}{12} \times 5}{2} = \frac{125}{24} \approx 5,20833$.

Or : 5,20833 cm² = 520,833 mm².

L'aire du triangle CEA est d'environ 520,8 mm² (arrondi au dixième près).

Méthode 3 bis :

En reprenant la méthode 2, il suffit de démontrer que les triangles ABE et AEC sont semblables pour trouver le coefficient de dilatation (agrandissement/réduction) entre ces deux triangles : AE est à AEC ce que EB est à AEB.

Ainsi le coefficient de dilatation est $\frac{5}{12}$.

Or on sait que si les longueurs sont multipliées par k , les aires sont multipliées par k^2 .

L'aire du triangle AEC est donc : Aire AEC = $(\frac{5}{12})^2 \times$ Aire ABE.

On peut calculer l'aire du triangle ABE : Aire ABE = $\frac{1}{2} \times 5 \times 12$ cm² = 30 cm².

On en déduit : Aire ACE = $(\frac{5}{12})^2 \times 30$ cm² $\approx$ 5,20833 cm².

Or : 5,20833 cm² = 520,833 mm².

L'aire du triangle CEA est d'environ 520,8 mm² (arrondi au dixième près).