

A - Lecture des informations sur un pneumatique

1) Étude d'un pneumatique dont la cote est « 195/65 R15 68V »

a) Diamètre de la jante de ce pneumatique

La mesure en pouce du diamètre de la jante de ce pneumatique est donnée par le nombre qui suit la lettre R de sa cote.

Le diamètre de la jante vaut 15 pouces.

1 pouce = 2,54 cm donc 15 pouces = $15 \times 2,54 \text{ cm} = 38,1 \text{ cm}$.

Le diamètre de la jante de ce pneumatique vaut 38,1 cm.

b) Hauteur de ce pneumatique

La mesure en millimètres de la largeur de ce pneumatique est donnée par le premier nombre de sa cote. La largeur est donc égale à 195 mm soit 19,5 cm.

Le deuxième nombre de la cote de ce pneu indique que la hauteur de ce pneu vaut 65% de sa largeur.

$$\frac{65}{100} \times 19,5 \text{ cm} = 0,65 \times 19,5 \text{ cm} = 12,675 \text{ cm}.$$

La hauteur de ce pneumatique vaut donc bien 12,675 cm.

c) Diamètre total de la roue

Pour calculer le diamètre total de cette roue, on doit prendre en compte le diamètre de la jante auquel on ajoute deux fois la hauteur du pneumatique.

$$38,1 \text{ cm} + 2 \times 12,675 \text{ cm} = 63,45 \text{ cm}.$$

Le diamètre total de la roue vaut 63,45 cm.

2) Cote d'un pneu radial selon les informations données

Calcul du premier nombre de la cote : la mesure de la largeur en mm

La largeur de ce pneu est égale à 20,5 cm soit 205 mm donc le premier nombre de sa cote est **205**.

Calcul du deuxième nombre de la cote : le pourcentage de la hauteur par rapport à la largeur

Calculons d'abord la hauteur du pneumatique :

$$\frac{63,19 \text{ cm} - 40,64 \text{ cm}}{2} = 11,275 \text{ cm}.$$

Passons ensuite au calcul du pourcentage demandé.

Méthode 1 : calcul du rapport entre la hauteur et la largeur

$$\frac{11,275}{20,5} = 0,55 = 55\%$$

Le deuxième nombre de la cote de ce pneu est **55**.

Méthode 2 : utilisation d'un tableau de proportionnalité

Recherchons le nombre manquant dans le tableau suivant, où il y a proportionnalité entre d'une part des mesures de longueurs et d'autre part le pourcentage de ces mesures de longueurs par rapport à la mesure de la largeur (toutes les mesures étant exprimées en cm).

	Largeur	Hauteur
Mesure en cm	20,5	11,275
Pourcentage	100	

On peut par exemple utiliser un produit en croix pour déterminer la valeur manquante :

$$\frac{11,275 \times 100}{20,5} = 55$$

Le deuxième nombre de la cote de ce pneu est **55**.

Calcul du nombre qui suit la lettre R de la cote : diamètre en pouces de la jante

La hauteur de la jante de ce pneu est égale à 40,64 cm et un pouce est égal à 2,54 cm.

$$\text{Or } \frac{40,64 \text{ cm}}{2,54 \text{ cm}} = 16 \text{ donc } 40,64 \text{ cm} = 16 \times 2,54 \text{ cm} = 16 \text{ pouces.}$$

Le nombre qui suit la lettre R de la cote de ce pneu est **16**.

Recherche des indices de poids et de vitesse.

La lecture du tableau 1 nous indique que l'indice de poids correspondant à 412 kg est **77**.

La lecture du tableau 2 nous permet de trouver l'indice correspondant à la vitesse 270 km/h : la lettre **W**.

Finalement, la cote de ce pneu radial est « 205/55 R16 77W »

B - Distance d'arrêt

1) Distance d'arrêt à 90km/h sur route mouillée pour un conducteur vigilant

Conversion de la vitesse 90 km/h en m/s

Méthode 1

$$90 \text{ km/h} = \frac{90 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{90\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 25 \text{ m/s.}$$

Méthode 2

Dans cette méthode, on modélise le mouvement de la voiture, dont on connaît seulement la vitesse à l'instant du freinage, comme un mouvement (virtuel) à vitesse constante.

Une vitesse de 90 km/h signifie que si la voiture roulait pendant une heure elle parcourrait 90 km soit 90 000 m. Une heure contient 3 600 secondes (60 minutes par heure et 60 secondes par minute) donc , à la même vitesse, en 1s la voiture parcourrait 3600 fois moins de distance.

$$\frac{90\,000 \text{ m}}{3\,600} = 25 \text{ m.}$$

La vitesse au moment du freinage est donc égale à 25 m/s.

Remarque

La lecture du nombre entre parenthèses sous 90 dans le diagramme de la question 3 nous permet de vérifier ce résultat.

Calcul final de la distance d'arrêt par application de la formule $d_A = V \times t_R + kV^2$

$V = 25 \text{ m/s}$, $t_R = 0,75\text{s}$ et $k = 0,14$ car la route est mouillée.

$$25 \times 0,75 + 0,14 \times 25^2 = 106,25.$$

La distance d'arrêt d'un véhicule roulant à 90 km/h sur route mouillée est de 106,25 m.

Remarque

En toute rigueur, il faudrait écrire $k = 0,14 \text{ s}^2/\text{m}$, mais l'énoncé a négligé cette précision.

2) Proportionnalité ou non de la distance d'arrêt sur route sèche par rapport à la vitesse pour un conducteur vigilant

Dans le cas d'une route sèche ($k = 0,073$) pour un conducteur vigilant ($t_R = 0,75$), la distance d'arrêt est donnée par :

$$d_A = V \times t_R + kV^2 = 0,75V + 0,073V^2.$$

Méthode 1 : recherche de valeurs pour contredire la propriété multiplicative de linéarité

Calculons la distance d'arrêt pour une vitesse de 20 m/s (soit 72 km/h, pour indication car il n'était pas nécessaire de faire cette conversion pour répondre à la question).

$$0,75 \times 20 + 0,073 \times 20^2 = 44,2.$$

On obtient ainsi une distance d'arrêt égale à 44,2 m pour une vitesse initiale égale à 20 m/s.

Si la distance d'arrêt était proportionnelle à la vitesse, pour un véhicule allant deux fois plus vite, donc à 40 m/s, la distance d'arrêt serait également doublée, et serait égale à 88,4 m ($44,2 \times 2$).

Or pour 40 m/s, la formule donne : $0,75 \times 40 + 0,073 \times 40^2 = 146,8$, soit une distance d'arrêt égale à 146,8 m.

La distance d'arrêt n'est donc pas proportionnelle à la vitesse initiale.

Méthode 2 : recherche de valeurs pour contredire l'égalité des « produits en croix »

En reprenant les valeurs calculées ci-dessus (ou d'autres), on peut organiser ces données en les présentant dans un tableau.

Vitesse en m/s	20	40
Distance d'arrêt en m	44,2	146,8

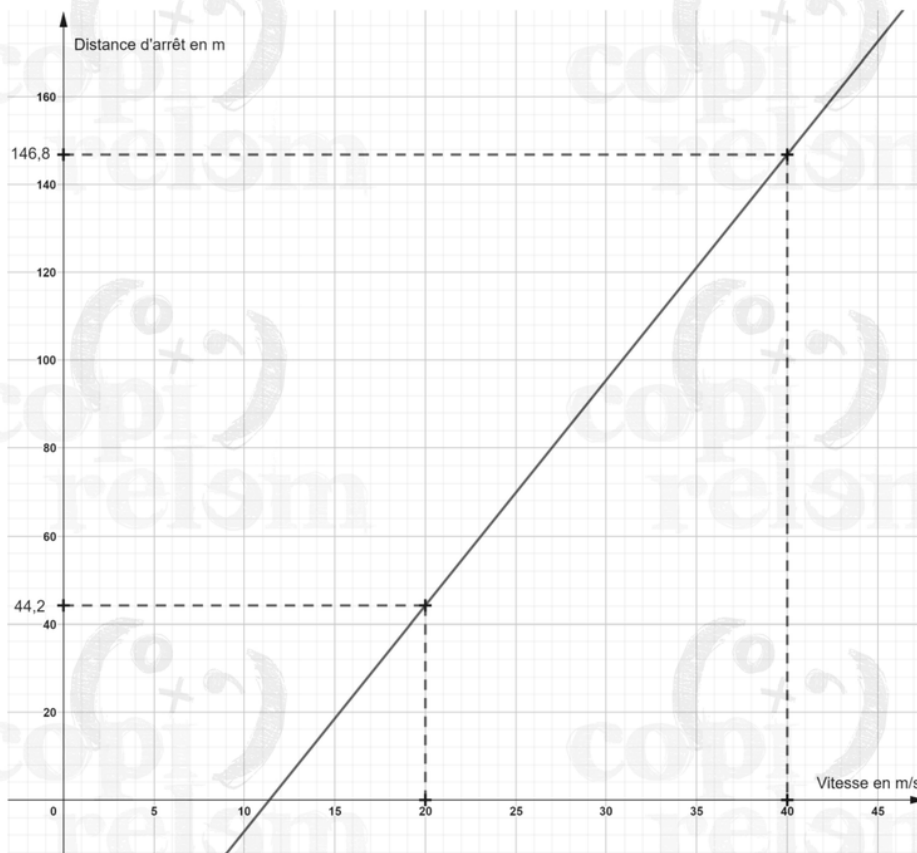
Si ce tableau était un tableau de proportionnalité, alors les « produits en croix » seraient égaux.

Or ce n'est pas le cas, car $20 \times 146,8 = 2936$ et $40 \times 44,2 = 1768$.

La distance d'arrêt n'est donc pas proportionnelle à la vitesse initiale.

Méthode 3 : recherche de valeurs pour étudier la représentation graphique de d_a

En reprenant les valeurs calculées ci-dessus (ou d'autres), on peut placer dans un repère orthogonal les points de coordonnées (20 ; 44,2) et (40 ; 146,8).



Si la distance d'arrêt était proportionnelle à la vitesse, alors ces points seraient alignés avec l'origine du repère. Le graphique ci-dessus montre que ce n'est pas le cas. La distance d'arrêt n'est donc pas proportionnelle à la vitesse initiale.

Remarque

Dans aucune des trois méthodes précédentes, on ne pouvait utiliser comme valeurs numériques les données du diagramme de la question 3 car il n'y est pas précisé que le conducteur est vigilant. On constate en effet, pour une vitesse de 50 m/s par exemple, que la distance d'arrêt sur le diagramme est de 245,5 m alors qu'en utilisant la formule pour un conducteur vigilant on obtient une distance d'arrêt de 220 m : $0,75 \times 50 + 0,073 \times 50^2 = 220$.

Méthode 4 : étude de la linéarité de la fonction qui associe la distance d'arrêt à la vitesse

La formule $d_A = 0,75V + 0,073V^2$ peut être interprétée de la manière suivante : la distance d'arrêt est fonction de la vitesse, et cette relation peut être représentée par la notation fonctionnelle suivante : quelle que soit la vitesse V , $d_A(V) = 0,75V + 0,073V^2$.

Étudier la proportionnalité de la distance d'arrêt d'un véhicule par rapport à sa vitesse revient à étudier la linéarité de la fonction qui à un nombre V associe le nombre $0,75V + 0,073V^2$.

Cette fonction est la somme :

- d'une fonction linéaire (la fonction qui à V associe $0,75V$ est la fonction linéaire de coefficient 0,5) ;
- d'une fonction qui n'est pas linéaire (la fonction qui à V associe $0,073V^2$ est une fonction du second degré).

Elle n'est donc pas linéaire.

On en conclut que la distance d'arrêt n'est pas proportionnelle à la vitesse initiale.

3) Lecture de diagramme

Nous repérons sur le graphique de la page ci-contre les éléments qui ont permis de répondre aux questions posées.

a) Distance d'arrêt d'un véhicule roulant à 110 km/h

Elle est égale à **101 m**.

b) Distance parcourue pendant le freinage d'un véhicule roulant à 80 km/h

La distance parcourue pendant le freinage est la différence entre la distance d'arrêt et la distance parcourue pendant le temps de réaction soit : $57,7 \text{ m} - 16,7 \text{ m} = \mathbf{41 \text{ m}}$.

c) Temps mis par un véhicule roulant à 130 km/h pour s'arrêter

Cette durée est égale à **6,76 s**.

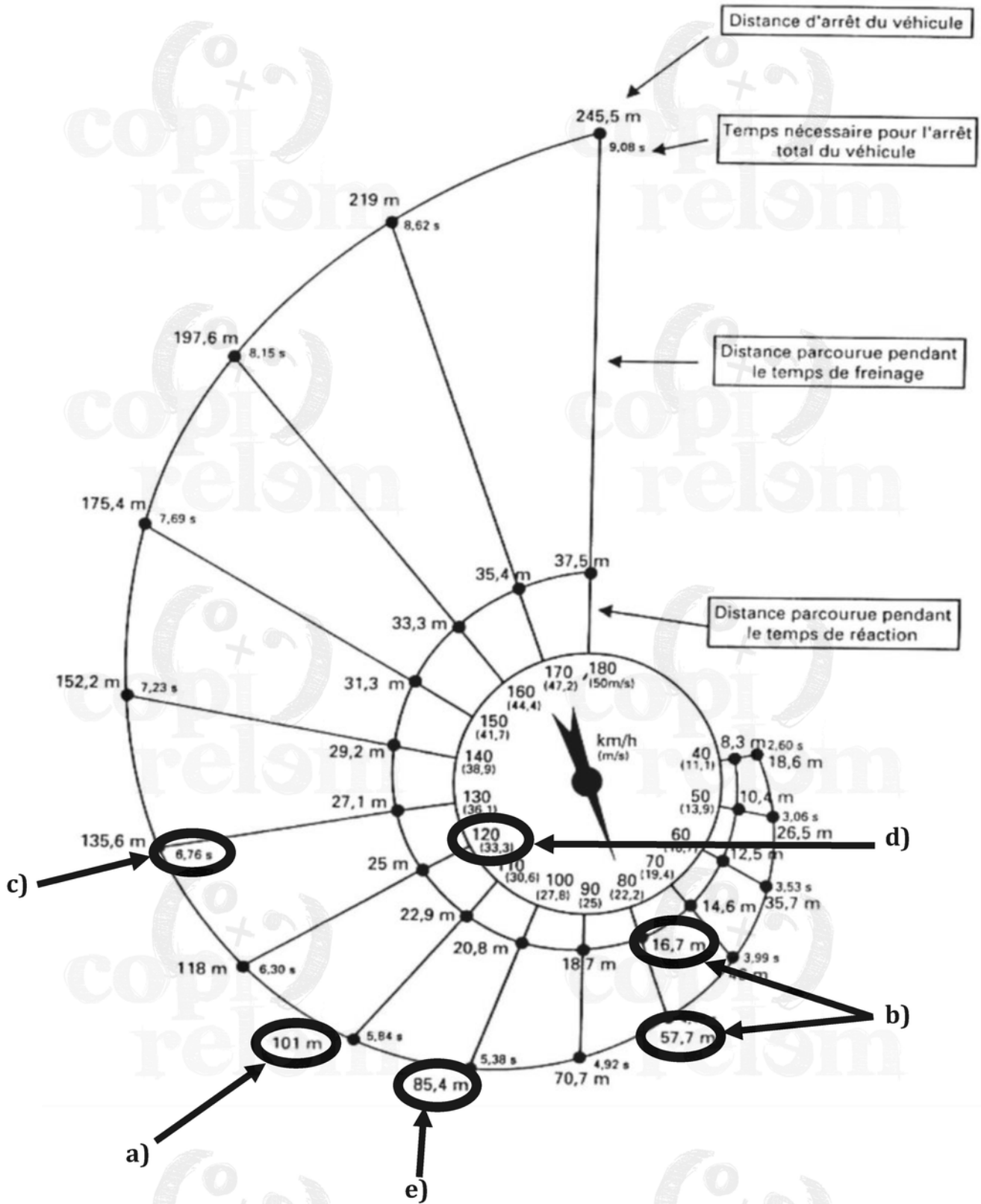
d) Vitesse d'un véhicule dont la distance de réaction est de 25 m

Cette vitesse est égale à **120 km/h**.

e) Un conducteur roulant à 27,8 m/s s'arrêtera-t-il avant un obstacle aperçu à 100 m ?

La lecture du diagramme nous donne une distance d'arrêt de 85,4 m pour une vitesse de 27,8 m/s. Elle est inférieure à 100 m.

Oui, un conducteur roulant à 27,8 m/s, apercevant un obstacle à 100 m, pourra s'arrêter à temps.



C - Au cinéma

1) Circonférence en cm d'une roue de 54 cm de diamètre arrondie au millimètre près

Utilisons la formule du périmètre d'un cercle en fonction de son diamètre :

$$\text{périmètre d'un cercle} = \pi \times \text{diamètre de ce cercle}$$

Le diamètre de la roue étant égal à 54 cm, nous obtenons une circonférence égale à 54π cm.

Un arrondi au millimètre près de cette longueur est 169,6 cm ou 169,7 cm.

La circonférence de cette roue, arrondie au millimètre près, est de 169,6 cm ou 169,7 cm.

Remarque

Il existe trois manières d'arrondir : au plus proche, par excès ou par défaut. Quand cela n'est pas imposé par l'énoncé, nous conseillons de choisir l'arrondi au plus proche, même si ce n'est pas obligatoire.

À ce propos, on pourra consulter le document ressource publié sur Eduscol, intitulé Nombres, mesures et incertitudes, disponible au lien suivant (consulté en mai 2018) :

http://cache.media.eduscol.education.fr/file/PC/88/7/Nombres_mesures_et_incertainitudes_222887.pdf

2) Tours de roue d'une voiture qui roule à 110 km/h

a) Nombre de tours par seconde de la roue

Calculons la distance parcourue par la roue en une seconde à 110 km/h.

En 1 h = 3600 s, la roue parcourrait à cette vitesse 110 km,

donc en 1 seconde elle parcourt $\frac{110}{3600}$ km, soit environ 0,030556 km c'est à dire 3 055,6 cm, au mm près.

Calculons ensuite le nombre de tours fait par la roue en une seconde.

On vient de voir qu'en une seconde, la roue parcourt environ 3 055,6 cm.

On sait par ailleurs (d'après la question 1), qu'en un tour, la roue parcourt environ 169,6 cm.

Une division permet d'en déduire le nombre de tours effectués en une seconde (on cherche combien de fois il y a 169,6 cm dans 3 055,6 cm) :

$$3\,055,6 \text{ cm} = 18 \times 169,6 \text{ cm} + 2,8 \text{ cm}.$$

En une seconde, la roue fait environ 18 tours.

Remarque

En toute rigueur, il faudrait effectuer les calculs précédents en conservant les valeurs exactes.

On obtient alors : $\frac{\frac{11\,000\,000}{3\,600} \text{ cm}}{54\pi \text{ cm}} \approx 18,01$ au centième de tour près.

b) Nombre de tours de roue entre deux images

Remarque

« La caméra a une vitesse de défilement de 24 images par seconde » signifie qu'elle prend une photographie toutes les $\frac{1}{24}$ s. Ainsi, déterminer le nombre de tours fait par un pneu de la voiture « entre deux images » revient à chercher le nombre de tours faits par un pneu de la voiture pendant la durée qui s'écoule entre deux prises de photographies successives par la caméra, c'est-à-dire en $\frac{1}{24}$ s.

Pendant la durée d'affichage d'une image, c'est-à-dire pendant $\frac{1}{24}$ s, la roue fait 24 fois moins de tours que pendant une seconde.

En reprenant la valeur approchée calculée en a), on calcule et on obtient $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$ ou 0,75.

Entre deux images, la roue fait environ trois-quarts de tour ou 0,75 tours.

Remarque

Comme pour la remarque de a), en ne prenant que des valeurs exactes, on obtient :

$$\frac{\frac{11\,000\,000}{3\,600}}{54\pi} \times \frac{1}{24} \approx 0,75 \text{ à } 0,01 \text{ près.}$$

3) Vitesse pour laquelle on a l'impression que les roues ne tournent pas

Pour qu'un observateur ait l'impression, en regardant le film, que les roues ne tournent pas, il faut qu'à chaque photographie prise par la caméra, la roue soit dans une position où on ne remarque pas qu'elle a tourné. C'est en particulier le cas si la roue fait un nombre entier de tours complets entre chaque prise.

Remarque

D'après la question précédente, une vitesse égale à 110 km/h ne suffit pas, car on a vu qu'entre deux images, la roue fait environ trois quarts de tour. La vitesse cherchée est donc supérieure à 110 km/h.

La vitesse la plus faible permettant de remplir cette condition est celle qui permet à la roue de faire un tour complet en exactement $\frac{1}{24}$ s : cette vitesse est égale à 24 tours/s.

Exprimons-la en km/h.

1 h = 3600 s, donc 24 tours/s = 24 × 3600 tours/h = 86 400 tours/h.

On a vu plus haut qu'en un tour la roue fait environ 169,6 cm (au mm près).

Or 86 400 × 169,6 cm = 14 653 440 cm = 146 535 m = 146,535 km.

La voiture a alors une vitesse d'environ 146,5 km/h.

À la vitesse de 146,5 km/h (et pour tous ses multiples), on a l'impression que les roues ne tournent pas.

Remarque

En effectuant les calculs à partir de la valeur exacte de la mesure en cm de la circonférence de la roue, on obtient $86\,400 \times 54\pi \text{ cm/h} \approx 14\,657\,415 \text{ cm/h}$, soit 14 6,6 km/h à 0,1 km/h près.

Remarque

Si on suppose maintenant que les marquages du pneu (notamment les informations sur lesquelles portaient la partie A ne sont pas visibles, que la roue n'a aucun défaut, que la valve n'est pas visible et que les cinq branches sont rigoureusement identiques), le problème peut être modélisé par la recherche des rotations qui laissent invariante la figure ci-dessous :



C'est le cas des rotations qui ont pour centre, le centre du cercle, et pour angle, un multiple de $\frac{360}{5}$ degrés.

Pour la roue, cela signifie qu'après $\frac{1}{5}$ de tour (ou un de ses multiples) l'image de la roue sera identique à la précédente. La vitesse minimale permettant de remplir cette condition est $\frac{1}{5}$ tour en $\frac{1}{24}$ s, soit $\frac{24}{5}$ tours par seconde.

Cette vitesse est égale à $360 \times \frac{24}{5}$ tours par heure, soit 17 280 tours par heure, soit environ $17\,280 \times 169,6 \text{ cm}$ par heure. On obtient alors environ 29,3 km/h.

Tous les multiples de cette vitesse répondent à la question.