

1) Volume du silo en m³ arrondi au centième

Soit V le volume du silo. Il peut être calculé en faisant la somme du volume du cylindre et de celui du cône.

$$V = V_{\text{cylindre}} + V_{\text{cône}}$$

$$V = \pi AB^2 \times AD + \frac{1}{3}(\pi AB^2 \times AS)$$

$$V = \pi \times (1,30 \text{ m})^2 \times 2,40 \text{ m} + \frac{1}{3}(\pi \times (1,30 \text{ m})^2 \times 1,60 \text{ m})$$

$$V \approx 15,57 \text{ m}^3 \text{ au centième de m}^3 \text{ près.}$$

Le volume du silo est d'environ 15,57 M³ arrondi au centième de M³ le plus proche.

2) Farine pour nourrir 48 vaches pendant 90 jours

48 vaches mangent chaque jour : $48 \times 3 \text{ L} = 144 \text{ L} = 0,144 \text{ m}^3$,
soit 90 fois plus pour 90 jours : $90 \times 0,144 \text{ m}^3 = 12,96 \text{ m}^3$.

$\frac{6}{7}$ du volume total du silo valent environ : $\frac{6}{7} \times 15,57 \text{ m}^3 \approx 13,35 \text{ m}^3$ ce qui est supérieur à $12,96 \text{ m}^3$.

L'éleveur aura assez de farine pour nourrir ses 48 vaches pendant 90 jours.

Remarque

L'erreur d'arrondi de la question 1) est inférieure à un centième de m³. Multipliée par $\frac{6}{7}$, elle reste inférieure à un centième de m³, ce qui garantit la validité de la comparaison.

3) Parallélisme des deux échelles

D'après la réciproque du théorème de Thalès dans le triangle HCN coupé par (BM), il suffit de vérifier les trois conditions

1) H, M, N sont alignés dans cet ordre,

2) H, B, C sont alignés dans cet ordre,

$$3) \frac{HM}{HN} = \frac{HB}{HC}$$

pour prouver que (CN) et (BM) sont parallèles.

1) et 2) sont vérifiés par hypothèse.

Pour l'ordre il s'agit d'un contrôle visuel sur la figure en l'absence d'un énoncé plus précis.

Vérifions 3).

Montrons tout d'abord que $SH = AB$ et que $SA = HB$.

Le cône étant un cône de révolution, c'est un cône droit, donc son axe de révolution (SA) est perpendiculaire à sa base. Ainsi l'angle $\widehat{SAB}$ est droit.

On suppose que A, B, H, S sont dans un même plan (celui de la figure). Par conséquent le quadrilatère ABHS a trois angles droits- en H et S (par hypothèses) et en A (d'après ce qui précède)- donc ABHS est un rectangle. Comme les côtés opposés d'un rectangle ont même longueur,

$$SH = AB = 1,30 \text{ m} \text{ et } HB = SA = 1,60 \text{ m.}$$

Calcul de HM, HN et HC

$$HM = SM - SH = 2,1 \text{ m} - 1,30 \text{ m} = 0,80 \text{ m.}$$

$$HN = SN - SH = 3,3 \text{ m} - 1,30 \text{ m} = 2 \text{ m.}$$

Il nous reste à calculer HC. Pour cela montrons que SDCH est un rectangle.

SDCH est un quadrilatère avec deux angles droits en S et en H (par hypothèses) et il a un angle droit en D - car (AD) est l'axe de révolution du cylindre et car S, A et D sont alignés. SDCH est donc un rectangle : ses côtés opposés ont même longueur, donc $HC = SD$.

$$\text{Ainsi : } HC = SD = SA + AD = 1,60 \text{ m} + 2,40 \text{ m} = 4 \text{ m.}$$

Calcul des rapports de la condition 3)

$$\frac{HM}{HN} = \frac{0,80}{2} = 0,4 \text{ et } \frac{HB}{HC} = \frac{1,60}{4} = 0,4.$$

Les trois conditions de la réciproque du théorème de Thalès sont vérifiées ; nous pouvons en déduire que **les échelles sont bien parallèles.**

Remarque

Pour cette question, une validation visuelle ou instrumentée n'était pas suffisante.

Une des difficultés de la géométrie est qu'il faut distinguer ce que l'on voit sur le dessin que l'on valide visuellement (géométrie perceptive) et qui est intéressant pour avoir des idées (intérêt heuristique) de ce que l'on déduit des propriétés de la figure par un raisonnement déductif (géométrie des propriétés).

Il est souvent délicat d'établir des propriétés de la géométrie de l'ordre (à droite/à gauche ; au-dessus/au-dessous ; avant/après) et l'on se contente souvent, au collège, d'une validation visuelle parce qu'une validation déductive serait trop difficile à ce niveau. On pourra lire avec intérêt les documents ressources suivants :

Parzysz, Bernard. (2003). Articulation entre perception et déduction dans une démarche géométrique en PE1. Carnets de route de la Copirelem, Concertum, tome 2, éditeur ARPEME, Paris.

Eduscol (2016) Compétences travaillées en mathématiques : raisonner.

http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Competences_travaillees/83/6/RA16_C4_MATH_raisonner_547836.pdf (consulté en mai 2018)