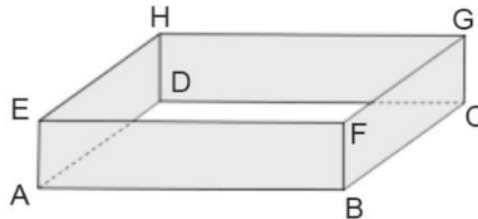
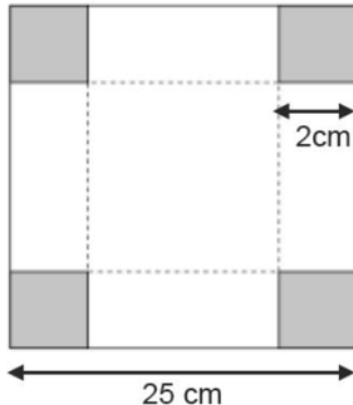


UN PROBLÈME DE BOÎTE

PARTIE A : étude d'un cas particulier

Dans un carré de carton dont le côté mesure 25 cm, on enlève aux quatre coins un carré de côté de longueur 2 cm comme sur la figure ci-dessous.

On obtient ainsi le patron d'une boîte sans couvercle :

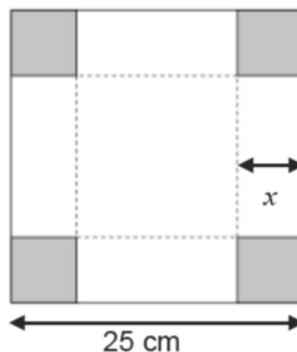


On admet que la base ABCD de la boîte est un carré.

- 1) Vérifier que le volume de cette boîte est de 882 cm^3 .
- 2) Vérifier que l'aire de la surface de carton utilisée pour réaliser la boîte est de 609 cm^2 .

PARTIE B : étude du cas général

On note x la longueur, en centimètre, du côté du carré enlevé à chaque coin d'un carré de carton dont le côté mesure 25 cm.



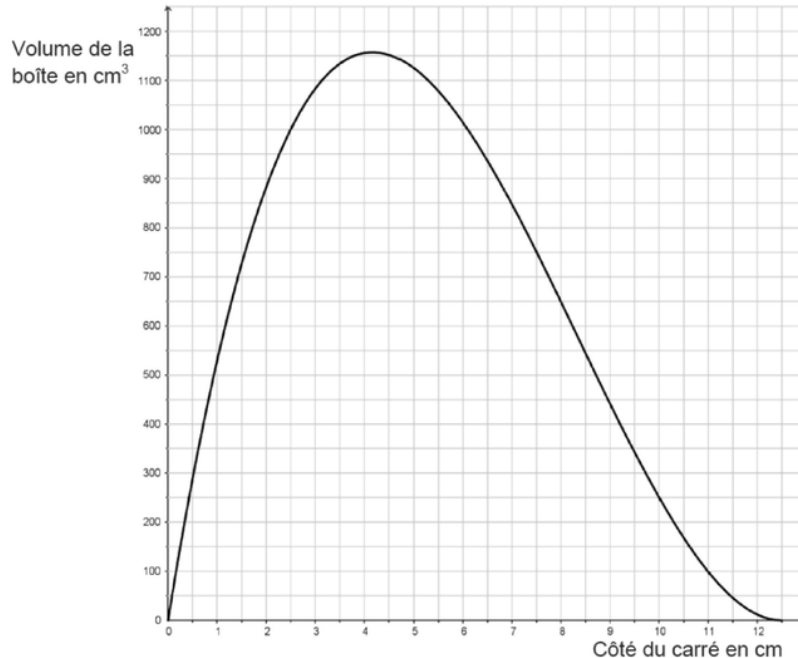
- 1) Quelles sont les valeurs possibles pour x ?
- 2) On appelle V la fonction donnant le volume, en centimètre cube, de la boîte en fonction de x .
Montrer que : $V(x) = x(25 - 2x)^2$.
- 3) On appelle A la fonction donnant l'aire, en centimètre carré, de la surface de carton utilisée pour réaliser la boîte en fonction de x .
Exprimer $A(x)$ en fonction de x .
- 4) Vérifier que les expressions trouvées en B.2) et B.3) permettent de retrouver les résultats obtenus dans la partie A.
- 5) On a construit avec un tableur une table de valeurs de la fonction V (voir copie d'écran ci-après).

	A	B
1	x	V(x)
2	0	0
3	1	529
4	2	882
5	3	1083
6	4	1156
7	5	1125
8	6	1014
9	7	847
10	8	648
11	9	441
12	10	250
13	11	99
14	12	12
15	12,5	0

Les questions qui suivent visent à résoudre le problème suivant :

quelle(s) valeur(s) de x permet(tent) de fabriquer une boîte de volume égal à 1 litre ?

- Quelle formule a pu être entrée en B2, puis copiée vers le bas, pour calculer les valeurs de la colonne B ?
 - En s'appuyant sur cette table, dire si le problème (obtenir une boîte de volume égal à 1 litre) possède ou non des solutions.
Si des solutions existent, donner pour chacune un encadrement d'amplitude 1 cm.
 - Décrire une démarche utilisant le tableur permettant d'obtenir un encadrement plus précis (d'amplitude 0,1 cm) de la (des) solution(s).
- 6) Voici une représentation graphique de la fonction V :



- À l'aide de ce graphique, expliquer comment on peut retrouver une valeur approchée du résultat trouvé à la question A.1)
- Lire sur le graphique le volume maximal que l'on peut obtenir (avec la précision permise par le graphique), et la valeur de x correspondante.

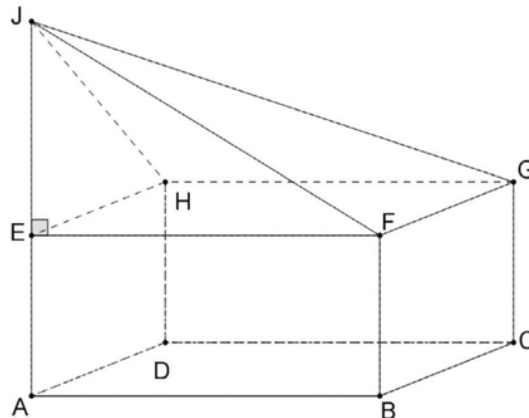
- c) Par lecture graphique déterminer les valeurs de x (approchées au millimètre) pour lesquelles la boîte a pour volume 1L.

PARTIE C : couvercle de la boîte

Un artisan pâtissier souhaite utiliser ce type de patron pour construire des boîtes pour emballer des chocolats. Il choisit d'enlever à chaque coin des carrés de 6 cm de côté.

Il fabrique par ailleurs des couvercles de forme pyramidale.

Sur le dessin en perspective ci-dessous, ABCDEFGH est la boîte obtenue et JEFGH, son couvercle, est une pyramide de sommet J, tel que A, E et J sont alignés.



- 1) Quelle doit être la hauteur JE de la pyramide pour que le volume de la pyramide soit égal à celui de la boîte ?
On rappelle que le volume d'une pyramide dont la base a pour aire A et dont la hauteur est h est égal à :

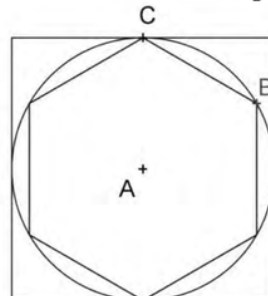
$$V = \frac{A \times h}{3}.$$

- 2) Pour des raisons esthétiques, l'artisan choisit $JE = 8$ cm.
Tracer sur la copie le patron de cette pyramide à l'échelle 1/4.
Coder ce patron pour faire apparaître les angles droits et les segments de même mesure.

PARTIE D : décoration de la boîte

L'artisan souhaite utiliser les chutes restantes après la construction du patron de la boîte de chocolats (des carrés de 6 cm de côté) pour y dessiner le logo de sa pâtisserie, inscrit dans un hexagone régulier comme sur la figure ci-dessous.

A est le centre du carré, B et C deux sommets consécutifs de l'hexagone régulier.



- 1) Justifier que ABC est un triangle équilatéral.
2) Reproduire cette figure en vraie grandeur sur la copie.
3) Calculer l'aire de l'hexagone. On donnera la valeur exacte et l'arrondi au mm^2 .