

1) Caractère insatisfaisant, du point de vue mathématique, des quatre propositions

Remarque :

Il s'agit à chaque fois de distinguer, d'une part le nombre, et d'autre part ses différentes écritures possibles, en étant attentif à la diversité de celles-ci. On privilégiera en conséquence des formulations du type : « un nombre décimal peut s'écrire..... »

Omar :

Un nombre décimal peut avoir une écriture finie avec une virgule mais :

- il peut aussi être représenté par une écriture fractionnaire (sans virgule), comme par exemple $\frac{3}{2}$;
- les nombres entiers, qui sont des nombres décimaux, ont une écriture décimale sans virgule (par exemple, comme 6).

Remarque :

La proposition d'Omar traduit une représentation fréquente mais erronée des nombres décimaux. Selon cette représentation, le marqueur du caractère décimal d'un nombre serait la présence de la virgule : « il y a une virgule dans l'écriture, le nombre est décimal ; il n'y a pas de virgule, le nombre n'est pas décimal ». Cette représentation erronée est à prévenir lorsque l'on conçoit des séquences d'enseignement...

Lucie :

Sa proposition sous-entend :

- d'une part, que les nombres entiers ne sont pas des nombres décimaux,
- d'autre part que tous les nombres situés entre deux entiers sont décimaux, ce qui est faux. Ainsi entre les entiers 1 et 2, on peut trouver des nombres rationnels non décimaux comme $\frac{4}{3}$ ou $\frac{13}{6}$, ou encore des nombres irrationnels correspondants par exemple à la mesure d'une longueur réelle non décimale (comme avec la diagonale d'un carré de côté de longueur 1, qui, bien que comprise entre les deux entiers 1 et 2, n'est pas décimale et vaut $\sqrt{2}$).

Léo :

Il faudrait définir ce que Léo entend par partie entière et partie décimale pour que la définition soit compréhensible et ensuite proposer sa définition en la modifiant : « un nombre qui peut s'écrire ... ».

Dans sa formulation, Léo laisse à penser que ce qu'il nomme « partie entière » et « partie décimale » sont deux parties d'une écriture (et non d'un nombre), la virgule servant graphiquement de séparateur entre ces deux parties indépendantes.

Remarque :

La proposition de Léo tend à renforcer la conception erronée et fréquente selon laquelle un « décimal » est constitué de deux nombres distincts et sans véritable lien entre eux. C'est cette conception erronée qui conduit certains élèves à écrire : $10 \times 24,5 = 240,50$.

Aminata :

Il faudrait avoir une formulation plus précise ; d'une part, en faisant apparaître l'idée que l'écriture fractionnaire est l'une des écritures d'un nombre décimal (mais n'est pas la seule) et en élargissant les dénominateurs possibles à l'ensemble des puissances de 10.

On peut ainsi faire évoluer la proposition d'Aminata en « un nombre décimal peut s'écrire sous forme d'une fraction avec un dénominateur pris parmi les nombres 1, 10, 100, 1000... »

Exemples : $\frac{3}{10}$; $\frac{523}{100}$; $\frac{2\,642}{100\,000}$ ».

2) Phrase susceptible d'être institutionnalisée

La version précisée précédente d'Aminata convient. Cette proposition est dans l'esprit d'une introduction des nombres décimaux à partir des fractions décimales. Les fractions décimales étant une écriture (ou une désignation) d'un nombre décimal.

Conviendrait également une proposition basée sur l'écriture décimale (appelée aussi écriture à virgule dans les programmes) : un nombre décimal peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres et éventuellement une virgule. Le défaut de cette proposition est qu'elle n'apporte pas beaucoup de sens mais en revanche, elle permet une reconnaissance efficace d'un nombre décimal si l'écriture est observable. Il est important, dès l'école primaire, de travailler en mathématiques le proverbe « l'habit ne fait pas le moine » en travaillant différentes représentations d'un même objet et différents ostensifs (par exemple, l'affirmation « 3,0 est l'écriture d'un nombre entier » est correcte).