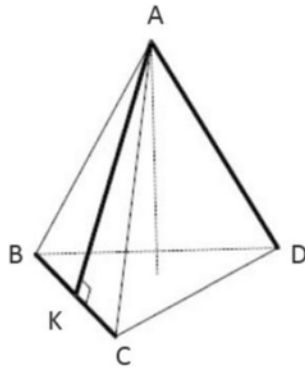




1) a) Dimensions du rectangle

Les quatre faces étant équilatérales avec des arêtes communes, on sait donc que toutes les arêtes sont de même longueur, soit 5,5 cm.

K est le pied de la hauteur dans le triangle équilatéral ABC ; (KA) est donc également médiatrice du segment [BC] donc K est le milieu de [BC] donc on a $BK = KC = 2,75$ cm.

On sait que, dans le triangle ABC, [AK] est la hauteur issue de A, le triangle AKC est donc rectangle en K.

La longueur d'un côté du rectangle en question est donnée par la somme des longueurs KB, BC et CK, soit $KB + BC + CK = 2 \times BC = 2 \times 5,5 \text{ cm} = 11 \text{ cm}$ (ou $2,75 \text{ cm} + 5,5 \text{ cm} + 2,75 \text{ cm}$).

La longueur de l'autre côté du rectangle est KA. Pour la calculer, il faudra appliquer le théorème de Pythagore au triangle AKC rectangle en K, soit $AC^2 = AK^2 + KC^2$.

On a alors, avec l'abus de notation signalé en page 66 :

$$AK^2 = AC^2 - KC^2 = 5,5^2 - 2,75^2 = 30,25 - 7,5625 = 22,6875$$

d'où $AK = \sqrt{22,6875}$ cm (en valeur exacte) soit $AK \approx 4,8$ cm.

Les dimensions du rectangle sont : 11 cm de longueur et $\sqrt{22,6875}$ cm de largeur

1) b) Volume du sachet de thé de Yanis

Le volume V du sachet de thé de Yanis vaut environ $19,4 \text{ cm}^3$ car :

$$V = \frac{\frac{BC \times AK}{2} \times \frac{5,5 \times \sqrt{6}}{3}}{3} = \frac{\frac{5,5 \times \sqrt{22,6875}}{2} \times \frac{5,5 \times \sqrt{6}}{3}}{3}$$

$$V \approx 19,4 \text{ cm}^3$$

Le volume du sachet est d'environ $19,4 \text{ cm}^3$.

2) L'affirmation de Dounia

Pour obtenir le sachet « grand format », si toutes les longueurs des arêtes du tétraèdre de départ sont multipliées par 1,3, le volume sera multiplié par $(1,3)^3$ et donc par 2,197, soit environ deux fois de plus que le volume du tétraèdre de départ.

Dounia a donc raison.