

Présentation du problème

Une entreprise de BTP est mandatée pour étudier la faisabilité de la réalisation d'une portion d'autoroute et d'un nouvel échangeur dans la région de Bordeaux / Brive-la-Gaillarde / Montauban.

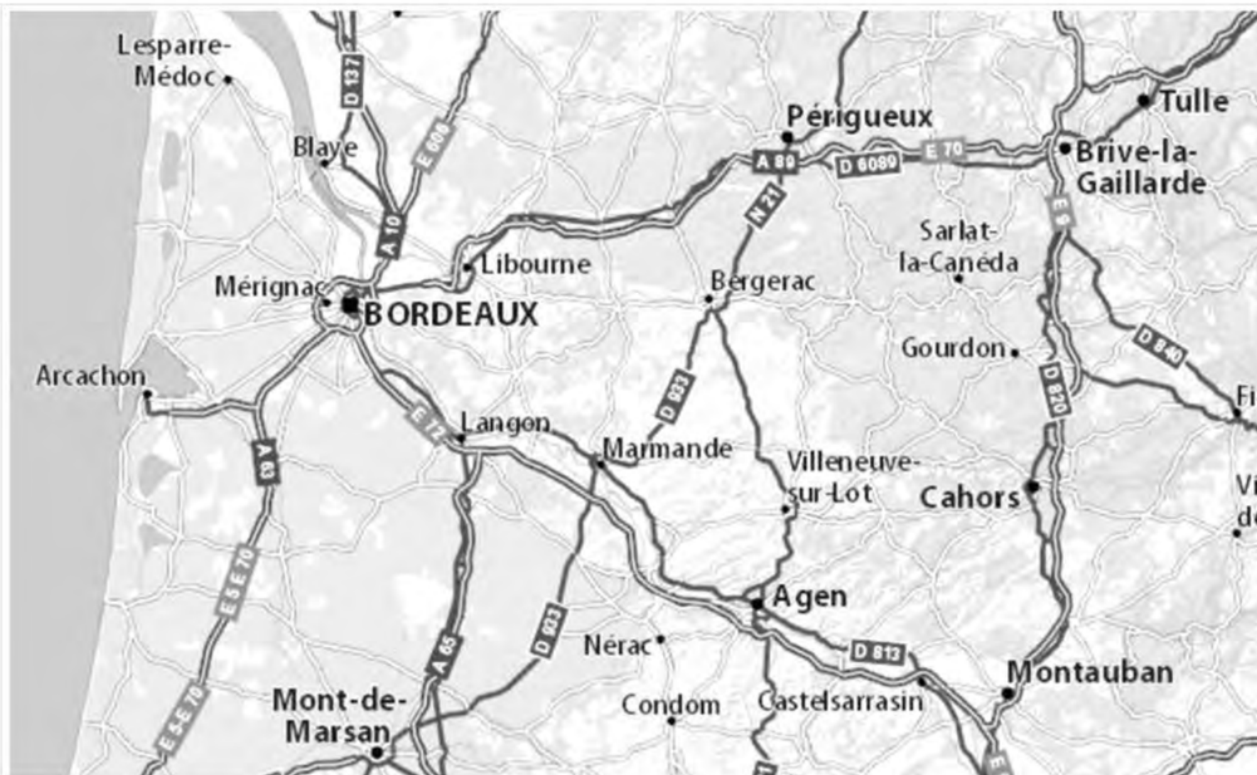


Figure 1 : Source = <http://www.viamichelin.fr/>

1) Représentation géométrique

À vol d'oiseau, il y a 204,4 km entre Brive-la-Gaillarde et Bordeaux, 210 km entre Bordeaux et Montauban et 145,6 km entre Montauban et Brive-la-Gaillarde.

On admet que cette situation géographique est modélisée par un triangle ABC, construit à une certaine échelle, dans lequel A représente Bordeaux, B représente Brive-la-Gaillarde et C représente Montauban. Dans ce triangle, la longueur AB est 7,3 cm.

- Montrer que la longueur AC est 7,5 cm et que la longueur BC est 5,2 cm.
- Construire le triangle ABC.
- Déterminer l'échelle utilisée pour modéliser la situation.

2) Étude de faisabilité

Dans le cadre d'un projet d'extension, la société d'exploitation mandate une entreprise de BTP pour étudier la construction d'une portion d'autoroute reliant Brive-la-Gaillarde et l'autoroute entre Bordeaux et Montauban. On cherche à construire la portion d'autoroute la plus courte possible.

Sur la figure construite précédemment, on note D le point du segment [AC] tel que la distance BD soit la plus courte possible. Le point D représente l'emplacement de l'échangeur à construire.

- Placer le point D sur la figure et indiquer ce que représente la droite (BD) dans le triangle ABC.

- b) Les formules trigonométriques et un théorème appelé théorème d'Al Kashi permettent d'établir l'égalité (admise) :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AC \times AD.$$

En utilisant l'égalité ci-dessus, montrer que $AD = 5,5$ cm.

- c) En déduire les longueurs CD et BD.

3) Validation du projet

Il s'avère que l'échangeur ne peut être placé à cet endroit car il serait situé dans une zone protégée.

Sur la figure construite précédemment, E désignera l'emplacement définitivement choisi pour l'échangeur et donc [BE] la portion d'autoroute à réaliser.

On appelle E le point du segment [AD] tel que [ED] mesure 0,9 cm.

- Déterminer la mesure en degré, arrondie au centième de degré, de l'angle $\widehat{DBE}$.
- Calculer la longueur BE, arrondie au centième de centimètre.
- En déduire la longueur, en kilomètre, arrondie au dixième de kilomètre près, de la portion d'autoroute qui sera réalisée.

4) Tarification

Après validation, le projet a été réalisé. La société d'exploitation des autoroutes propose des badges à ses usagers.

Mme Dupuis, enseignante à Brive, emprunte cette nouvelle portion d'autoroute chaque jour, matin et soir. Elle hésite entre les deux propositions suivantes :

Tarif 1	Tarif 2
Sans badge, un aller simple coûte 12,40 €.	Un badge coûte 30 € par an et donne lieu à une réduction de 20 % par aller simple.

- a) Le graphique ci-dessous représente le coût global pour chaque tarif en fonction du nombre d'allers simples effectués.

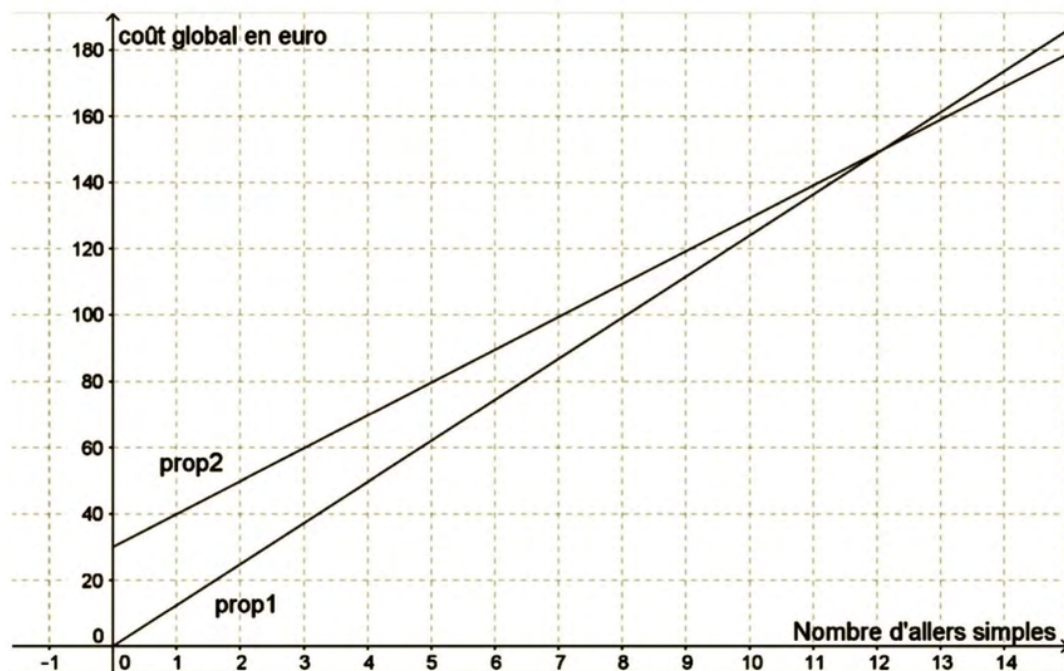


Figure 2 : Coût global en euro en fonction du nombre d'allers simples

Déterminer graphiquement à partir de combien d'allers simples le tarif 2 devient le plus avantageux.

- Exprimer en fonction du nombre d'allers simples x le coût global $f(x)$, en euro, selon le tarif 1.
- Exprimer en fonction du nombre d'allers simples x le coût global $g(x)$, en euro, selon le tarif 2.
- Retrouver par le calcul à partir de combien d'allers simples le tarif 2 devient le plus avantageux.

5) Les dangers de l'autoroute

Information :

Pour un véhicule, la distance d'arrêt D_a correspond à la somme de la distance de réaction D_r et la distance de freinage D_f :

$$D_a = D_r + D_f$$

La distance de réaction D_r est la distance parcourue par le véhicule pendant le temps que met le conducteur pour réagir. Le temps de réaction est d'une seconde pour un conducteur en bonne forme et de deux secondes pour un conducteur fatigué.

La distance de freinage, exprimée en mètre, est donnée par la formule :

$$D_f = \frac{v^2}{254 \times C_{ft}}$$

où v est la vitesse en kilomètre par heure et C_{ft} désigne le coefficient de frottement longitudinal. La distance obtenue est exprimée en mètre.

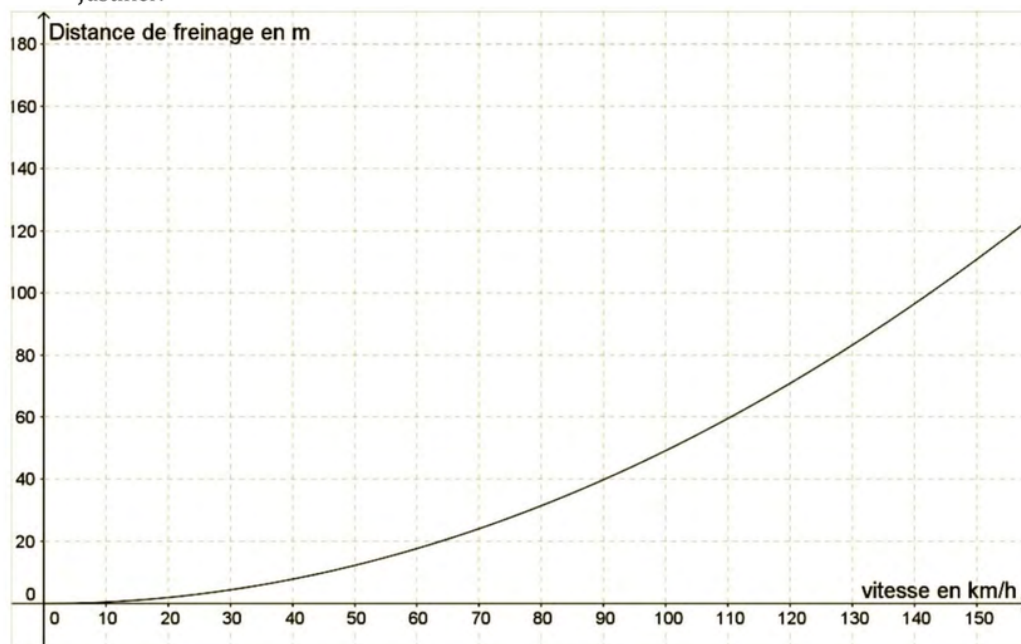
On admet que le coefficient C_{ft} vaut 0,8 sur route sèche et que sur route mouillée, ce coefficient est divisé par deux.

inspiré de : http://www.discip.crdp.ac-caen.fr/phch/college/troisieme/cours/distance_arret/Distance_arret.pdf

Une voiture roule à 120 km/h sur l'autoroute. La chaussée est sèche et le conducteur est fatigué. Tout à coup, un cerf surgit sur la voie et s'arrête, tétanisé par les feux de la voiture.

L'animal se trouve à 150 m de la voiture.

- Calculer la distance de réaction D_r , arrondie au dixième de mètre, pour cette voiture conduite par un conducteur fatigué.
- On donne ci-dessous la courbe correspondant à la distance de freinage D_f sur route sèche en fonction de la vitesse. Indiquer si la collision avec le cerf pourra être évitée. Justifier.



Distance de freinage en mètre, en fonction de la vitesse en km/h.

- c) Exprimer une formule à écrire dans la cellule B3 du tableur ci-dessous pour calculer la distance de freinage D_f , en mètre, formule que l'on fera ensuite glisser pour l'étendre aux autres cellules de la colonne B dans le tableur.

	A	B
1	Distance de freinage Route sèche	
2	V (km / h)	D_f (m)
3	10	
4	20	
5	30	
6	40	
7	50	
8	60	
9	70	
10	80	
11	90	
12	100	
13	110	
14	120	
15	130	
16		