

Remarque préalable :

Implicitement, les nombres de départ choisis sont des entiers.

1) a) et b) Résultats affichés pour 5 et pour 10

Choisir un nombre	5	10
Ajouter 6	11	6
Multiplier par le nombre de départ	55	160
Ajouter 9	64	169
Afficher le résultat	64	169

2) Identification de la formule saisie

C'est la troisième formule qui convient.

En effet, en appliquant la première formule à -3 , on obtient :

$$(-3) + 6 \times (-3) + 9 = -3 - 18 + 9 = -12, \quad \text{et non } 0.$$

Et en appliquant la deuxième formule à -3 , on obtient :

$$(-3 + 6) \times (-3 + 9) = (3) \times (-6) = -18, \quad \text{et non } 0.$$

3) Conjecture à propos des résultats obtenus

Une première conjecture peut être formulée :

En prenant pour nombre de départ la suite des nombres entiers successifs à partir de -3 , on obtient la suite des carrés des nombres entiers à partir de 0 .

Une deuxième conjecture peut être formulée :

En prenant pour nombre de départ la suite des nombres entiers successifs à partir de -3 , on obtient la suite de nombres entiers à partir de 0 tels que la suite de leurs écarts est la suite des nombres entiers impairs $1, 3, 5, \dots$

4) Démonstration de la conjecture émise

Démonstration de la première conjecture

N étant le nombre choisi au départ, le résultat est :

$$(N + 6) \times N + 9 = N^2 + 6N + 9 = (N + 3)^2.$$

Ainsi le résultat est le carré d'un nombre entier

N	-3	-2	-1	0	1	2	3
$N + 3$	0	1	2	3	4	5	6
$(N + 3)^2$	0	1	4	9	16	25	36

Démonstration de la deuxième conjecture

Un nombre de la suite des nombres choisis peut s'écrire $-3 + n$, n étant un nombre entier naturel. Son suivant est $-3 + n + 1 = -2 + n$.

À partir de $-3 + n$, on obtient :

$$(-3 + n + 6) \times (-3 + n) + 9 = (n + 3) \times (n - 3) + 9 = n^2 - 9 + 9 = n^2.$$

À partir de son suivant $-2 + n$, on obtient :

$$(-2 + n + 6) \times (-2 + n) + 9 = (n + 4) \times (n - 2) + 9 = n^2 + 2n - 8 + 9 = n^2 + 2n + 1 = (n + 1)^2.$$

Leur différence est égale à $(n^2 + 2n + 1) - n^2 = 2n + 1$.

Ainsi on a :

Nombre de départ	n	0	1	2	3	4	5	6
Écart	$2n + 1$		1	3	5	7	9	11
Résultat		0	1	4	9	16	25	36