

1. a) Nombre obtenu si le nombre de départ est 2

En appliquant le programme de calcul au nombre 2, on obtient :

$$(2 \times 4 + 7)^2 = (8 + 7)^2 = 15^2 = 225.$$

Ainsi si le nombre de départ est 2, le nombre obtenu par le programme de calcul est 225.

1) b) Nombre obtenu si le nombre de départ est $\frac{1}{2}$

En appliquant le programme de calcul au nombre $\frac{1}{2}$, on obtient :

$$\left(\frac{1}{2} \times 4 + 7\right)^2 = (2 + 7)^2 = 9^2 = 81.$$

Ainsi si le nombre de départ est $\frac{1}{2}$, le nombre obtenu par le programme de calcul est 81.

2. Formule donnant le nombre obtenu pour un nombre de départ a

En appliquant le programme de calcul au nombre a , on obtient :

$(a \times 4 + 7)^2 = (4a)^2 + 2 \times 4 \times 7 \times a + 7^2$ qui est une identité remarquable qui lorsqu'elle est développée donne : $16a^2 + 56a + 49$.

Remarque :

On peut évidemment retrouver ce résultat en développant par une double distributivité l'expression $(a \times 4 + 7)^2$, ce qui donne : $(a \times 4 + 7)^2 = (a \times 4 + 7) \times (a \times 4 + 7) = 16a^2 + 56a + 49$.

Ainsi si le nombre de départ est a , le nombre obtenu par le programme de calcul est donné par l'expression : $16a^2 + 56a + 49$.

3. a) Nombres que l'on peut choisir au départ pour obtenir un résultat égal à 0

On cherche le nombre a tel que $(a \times 4 + 7)^2 = 0$.

Pour que cette égalité soit vraie il faut que $(a \times 4 + 7)$ soit égal à 0. On en déduit que $a = \frac{-7}{4}$.

Il existe un nombre et un seul, $a = \frac{-7}{4}$, pour que le résultat du programme de calcul soit égal à 0.

3. b) Nombres que l'on peut choisir au départ pour obtenir un résultat égal à 49

On cherche le nombre a tel que $(a \times 4 + 7)^2 = 49$.

Pour cela, on va utiliser la forme développée de l'expression $(a \times 4 + 7)^2$ calculée en à la question 2.

L'équation $(a \times 4 + 7)^2 = 49$ peut donc être remplacée par l'équation $16a^2 + 56a + 49 = 49$.

Celle-ci est équivalente à l'équation $16a^2 + 56a = 0$, soit encore $4 \times a(4a + 14) = 0$.

Le produit de deux nombres est nul si et seulement l'un des deux nombres est nul.

Ainsi on a deux cas possibles : $4 \times a = 0$ ou $4a + 14 = 0$.

On en déduit deux valeurs possibles pour a : $a = 0$ ou $a = \frac{-14}{4} = \frac{-7}{2}$.

Il existe donc deux nombres, 0 et $\frac{-7}{2}$, que l'on peut choisir au départ pour que le résultat du programme de calcul soit égal à 49.

3. c) Nombres que l'on peut choisir au départ pour obtenir un résultat égal à -1

On cherche le nombre a tel que $(a \times 4 + 7)^2 = -1$.

Tout nombre élevé au carré est positif. Ici l'expression $(a \times 4 + 7)^2$ est le carré d'un nombre et, quelle que soit la valeur de a , donnera une valeur positive donc ne pourra jamais être égale à -1.

Il n'existe donc pas de nombre tel que le résultat du programme de calcul soit égal à -1.