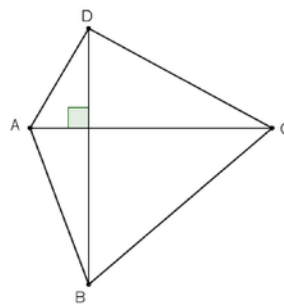


1. Affirmation 1

Méthode 1 : exhibition d'un contre-exemple

L'affirmation est fausse, le contre-exemple ci-contre permet de le justifier.

Le quadrilatère ABCD a bien ses diagonales perpendiculaires, ce n'est pas un losange car ses côtés ne sont pas de même longueur (ou ses diagonales ne se coupent pas en leur milieu).



Méthode 2 : utilisation des propriétés des diagonales des losanges

Un losange est un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires **et** se coupent en leur milieu. Or rien ne dit dans l'énoncé que les diagonales du quadrilatère ABCD se coupent en leur milieu.

L'affirmation est donc fausse.

Méthode 3 : utilisation des propriétés des familles de quadrilatères particuliers

Un losange est un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires. Or rien ne dit dans l'énoncé que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme. ABCD n'est donc pas forcément un losange.

L'affirmation est fausse.

Remarque :

En revanche, « Si les diagonales d'un **parallélogramme** sont perpendiculaires alors c'est un losange » est une affirmation vraie.

2. Affirmation 2

Méthode 1 : méthode algébrique

Soit p le prix initial d'un article. Le montant d'une remise de 25 % sur ce prix est : $0,25 \times p$.

Le prix après remise est : $p_1 = p - 0,25 \times p = (1 - 0,25) \times p = 0,75 \times p$.

De même, le prix p_2 après une remise de 20 % de p_1 est : $p_2 = p_1 - 0,2 \times p_1 = (1 - 0,2) \times p_1 = 0,8 \times p_1$.

Ainsi : $p_2 = 0,8 \times p_1 = 0,8 \times 0,75 \times p = 0,6 \times p = (1 - 0,4) \times p = p - 0,4 \times p$.

Carine bénéficie bien d'une réduction de 40 % du prix initial.

L'affirmation est donc vraie.

Méthode 2 : utilisation de coefficients de proportionnalité

On peut directement interpréter les pourcentages de réduction en coefficients :

- une réduction de 25 % sur un prix revient à multiplier ce prix par 0,75 ;
- une réduction de 20 % sur un prix revient à multiplier ce prix par 0,8.

Ainsi, une réduction de 25% suivie d'une réduction de 20 % sur le prix initial de l'article revient à multiplier ce prix d'abord par 0,75, puis par 0,8 c'est-à-dire par $0,75 \times 0,8$.

Or : $0,75 \times 0,8 = 0,6$.

Multiplier le prix initial par 0,6 revient à une réduction de 40 % sur ce prix.

L'affirmation est donc vraie.

Remarque :

La procédure qui consiste uniquement à calculer le prix après double réduction d'un article dont le prix initial aurait été fixé (par exemple à 100€) sans expliciter la généralisation, ne permet pas de conclure. Elle ne constitue donc pas une réponse attendue.

3. Affirmation 3

Méthode 1 : utilisation d'un contre-exemple

On suppose par exemple qu'il y a 16 garçons dans la classe.

Alors le nombre de filles dans la classe est : $\frac{3}{4} \times 16 = 12$.

On en déduit le nombre total d'élèves dans la classe : $16 + 12 = 28$.

Ainsi la proportion de garçons dans cette classe est de $\frac{16}{28}$.

Or : $\frac{16}{28} = \frac{4}{7}$ et $\frac{4}{7} \neq \frac{1}{4}$.

On en conclut que l'affirmation est fausse.

Remarque :

Le choix d'un multiple de 4 (comme 16) donne des nombres entiers d'enfants mais d'autres nombres conduisant à des situations moins réalistes conduisent également à un raisonnement mathématiquement correct.

Méthode 2 : raisonnement algébrique

On note g le nombre de garçons dans la classe. Alors le nombre de filles dans la classe est : $\frac{3}{4} \times g = \frac{3g}{4}$.

On en déduit le nombre total d'élèves dans la classe : $g + \frac{3g}{4} = \frac{4g}{4} + \frac{3g}{4} = \frac{7g}{4}$.

Ainsi la proportion de garçons dans cette classe est de :

$$\frac{\frac{g}{\frac{7g}{4}}}{1} = \frac{g}{1} \times \frac{4}{7g} = \frac{4g}{7g} = \frac{4}{7}$$

$$\text{Or : } \frac{16}{28} = \frac{4}{7} \text{ et } \frac{4}{7} \neq \frac{1}{4}$$

On en conclut que l'affirmation est fausse.

Méthode 3 : mise en équation

Soit f le nombre de filles de la classe, g le nombre de garçons et e le nombre d'élèves.

On a $f = \frac{3}{4}g$ et $f + g = e$.

$$\text{Ainsi : } \frac{3}{4}g + g = e \quad \text{soit : } \frac{3}{4}g + \frac{4}{4}g = e \quad \text{ou : } \frac{7}{4}g = e$$

C'est-à-dire : $g = \frac{4}{7}e$.

Ainsi le nombre de garçons représente $\frac{4}{7}$ des élèves de la classe. Or : $\frac{4}{7} \neq \frac{1}{4}$.

On en conclut que l'affirmation est fausse.

Méthode 4 : raisonnement arithmétique

Comme le nombre de filles est égal aux trois quarts du nombre de garçons, cela signifie qu'il y a moins de filles que de garçons dans cette classe. Les garçons représentent plus de la moitié des élèves de la classe, autrement dit la proportion de garçons dans la classe est supérieure à un demi : elle ne peut donc être égale à un quart ce qui contredit l'affirmation.

L'affirmation est donc fausse.

4. Affirmation 4

Dans la division euclidienne de a par 7, le quotient est q_1 et le reste 3.

Ainsi : $a = 7 \times q_1 + 3$ avec $0 \leq 3 < 7$.

Dans la division euclidienne de b par 7, le quotient est q_2 et le reste 4.

Ainsi : $b = 7 \times q_2 + 4$ avec $0 \leq 4 < 7$.

On a donc : $a + b = (7 \times q_1 + 3) + (7 \times q_2 + 4) = 7 \times (q_1 + q_2) + 7 = 7 \times (q_1 + q_2 + 1)$.

Méthode 1 : étude du reste de la division euclidienne

Cette égalité traduit le fait que le reste de la division euclidienne de $a + b$ par 7 est nul.

L'affirmation est donc vraie.

Méthode 2 : étude de la divisibilité par 7

On peut conclure de l'égalité que $a + b$ est divisible par 7.

L'affirmation est donc vraie.