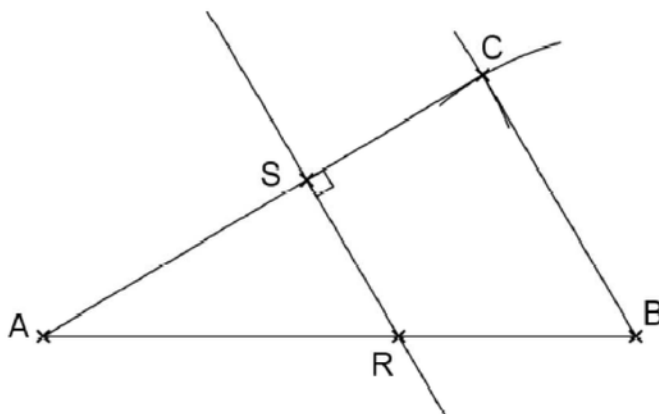


1. Construction de la figure à l'échelle $\frac{1}{10}$

Construire la figure à l'échelle $\frac{1}{10}$ consiste à construire une figure où les longueurs sont 10 fois plus petites que les longueurs réelles. Ainsi, le segment $[AB]$ est représenté par un segment de longueur 6,5 cm ; le segment $[AC]$ par un segment de longueur 5,6 cm ; le segment $[BC]$ par un segment de longueur 3,3 cm, et le segment $[AR]$ par un segment de longueur 3,9 cm.



Remarque :

Comme les traits de construction en témoignent, le point C est l'un des deux points d'intersection du cercle de centre A et de rayon 6,5 cm et du cercle de centre B et de rayon 3,3 cm.

2. Démonstration du parallélisme des droites (BC) et (RS)

D'après l'énoncé, les droites (RS) et (AC) sont perpendiculaires.
Montrons que les droites (BC) et (AC) le sont aussi.

Dans le triangle ABC :

- d'une part $AB^2 = 65^2 = 4225$;
- d'autre part $AC^2 + BC^2 = 56^2 + 33^2 = 4225$.

Ainsi $AB^2 = AC^2 + BC^2$.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, on peut conclure que le triangle ABC est rectangle en C. Par conséquent les droites (AC) et (BC) sont bien perpendiculaires.

Les droites (RS) et (BC) sont toutes les deux perpendiculaires à la même droite (AC)
donc **les droites (RS) et (BC) sont parallèles.**

Remarque :

Constater sur la figure, visuellement ou avec des instruments, que le triangle ABC est rectangle en C ne permet pas d'affirmer qu'il l'est effectivement.

3. Calcul de la longueur AS

On sait que :

- les points A, R et B d'une part, et A, S et C d'autre part sont alignés (d'après l'énoncé) ;
- les droites (RS) et (BC) sont parallèles (on vient de le prouver).

Les triangles ASR et ABC sont donc dans une configuration où on peut utiliser le théorème de Thalès (le triangle ASR est une réduction du triangle ABC) :

$$\frac{AS}{AC} = \frac{AR}{AB} ; \text{ or } \frac{AR}{AB} = \frac{39 \text{ cm}}{65 \text{ cm}} = \frac{39}{65} = \frac{3 \times 13}{5 \times 13} = \frac{3}{5} = 0,6 ;$$

par conséquent $AS = 0,6 \times AC = 0,6 \times 56 \text{ cm} = 33,6 \text{ cm}$.

Donc la longueur AS est 33,6 cm.

Remarque :

On peut vérifier sur la figure que la longueur obtenue est plausible (sur la figure à l'échelle $\frac{1}{10}$ la longueur du segment qui représente [AS] est bien comprise entre 3,3 cm et 3,4 cm).

4. Calcul de la mesure en degrés de l'angle $\widehat{ARS}$

Remarque :

Dans le triangle ARS rectangle en S, nous connaissons désormais les longueurs de deux côtés. Nous savons qu'il est alors possible de déterminer les mesures en degrés de chacun des angles du triangle, en utilisant une formule adéquate de trigonométrie puis la calculatrice.

Ici, nous connaissons les longueurs AS et AR, et nous nous intéressons à l'angle $\widehat{ARS}$: le sinus de cet angle permet de relier ces trois grandeurs.

On sait que $\sin \widehat{ARS} = \frac{AS}{AR}$ donc $\sin \widehat{ARS} = \frac{33,6 \text{ cm}}{39 \text{ cm}} = \frac{33,6}{39} \approx 0,862$ à 0,001 près.

L'angle $\widehat{ARS}$ mesure donc environ 59° , à une unité près.

Remarque 1 :

On peut vérifier sur la figure que l'angle obtenu est plausible (dans une réduction, les angles sont conservés, et sur la figure construite ci-dessus, on peut mesurer l'angle $\widehat{ARS}$ avec un rapporteur : on obtient bien une valeur proche de 59°).

Remarque 2 :

Les droites (RS) et (BC) étant parallèles, les angles $\widehat{ARS}$ et $\widehat{ABC}$ sont correspondants, donc égaux. On peut donc aussi déterminer l'angle à partir des longueurs des côtés du triangle ABC (données par l'énoncé) et à l'aide de l'une quelconque des trois fonctions trigonométriques usuelles (sinus, cosinus ou tangente). Cette méthode est particulièrement utile lorsqu'on n'a pas su calculer la longueur AS ou qu'on n'est pas sûr de son résultat.