

Affirmation 1 :

« Le produit de deux nombres décimaux strictement positifs a et b est plus grand qu'au moins un de ces deux nombres. »

Cette affirmation est **fausse**.

Il suffit de donner un contre-exemple : si on multiplie le nombre décimal strictement positif 0,1 par 0,2, le produit est égal à 0,02, qui est strictement inférieur à 0,1 et à 0,2.

Remarque :

Tout couple de deux nombres compris entre 0 et 1 fournit un contre-exemple.

Affirmation 2 :

« Pour tout nombre entier naturel n , le nombre $(n + 1)^2 - (n - 1)^2$ est un multiple de 4. ».

Cette affirmation est **vraie**.

En effet, quelle que soit la valeur de n ,

$$(n+1)^2 - (n-1)^2 = (n^2 + 2n + 1) - (n^2 - 2n + 1) = n^2 + 2n + 1 - n^2 + 2n - 1 = 4n.$$

n étant un entier naturel, on reconnaît dans cette expression un multiple de 4.

Affirmation 3 :

« Pour tout nombre entier naturel n , $(n-1)(n+1) - 1$ est le carré d'un nombre entier. »

Cette affirmation est **fausse**. Il suffit de donner un contre-exemple :

si n est égal à 2, on a $(n-1)(n+1) - 1 = (2-1)(2+1) - 1 = 1 \times 3 - 1 = 2$.

Or il n'existe pas d'entier dont 2 soit le carré puisque 2 n'est le carré que de $\sqrt{2}$ et de $-\sqrt{2}$, deux nombres qui ne sont pas entiers. Donc l'affirmation est bien fausse.