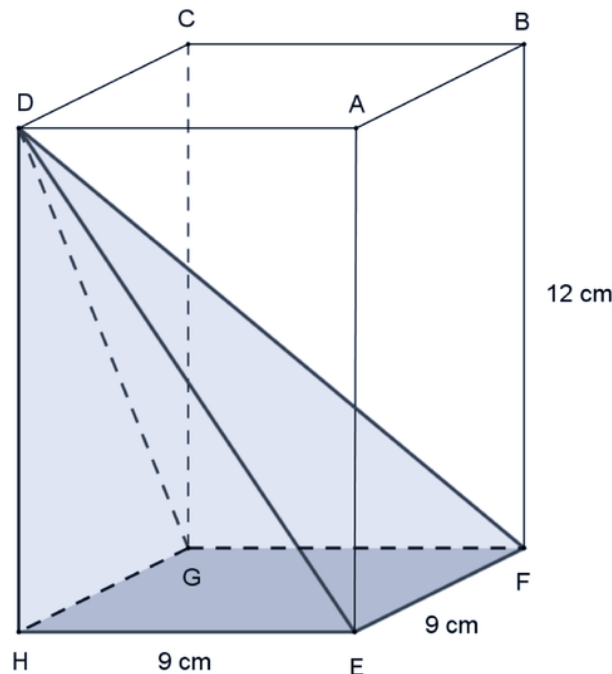


L'objet de ce problème est l'étude d'une pyramide en verre, destinée à être remplie de sable pour constituer un objet de décoration.

Cette pyramide est inscriptible dans un pavé droit, comme indiqué sur la figure ci-dessous.

Le pavé droit a pour dimensions : 9 cm de longueur, 9 cm de largeur et 12 cm de hauteur.



Les parties B et C sont indépendantes de la partie A.

PARTIE A : réalisation d'un patron de la pyramide

- 1) a) Calculer les longueurs DE et DG.
b) Quelle est la nature du triangle DGF ? Du triangle DEF ? (On ne demande pas de justification.)
- 2) Tracer sur la copie (sans justification) un patron de cette pyramide à l'échelle 1/3

La pyramide est remplie avec du sable de deux couleurs différentes : la partie inférieure avec du sable rouge et la partie supérieure avec du sable blanc.

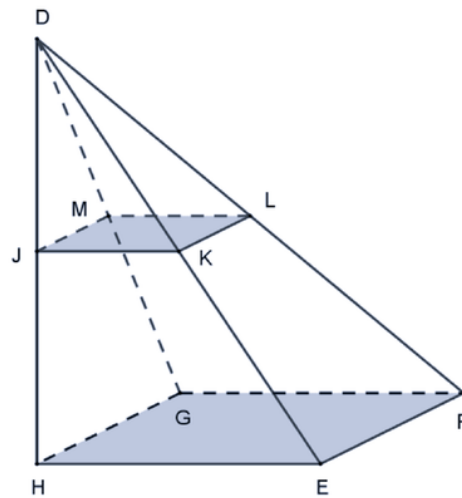
Sur la figure ci-contre, le point J indique la hauteur à laquelle s'arrête le sable rouge ; les deux couleurs de sable sont délimitées par le plan parallèle à la base de la pyramide DEFGH passant par le point J. La section est un quadrilatère JKLM où les points K, L, M appartiennent respectivement aux segments [DE], [DF] et [DG].

La pyramide DJKLM est une réduction de la pyramide DEFGH.

PARTIE B : étude d'un cas particulier

Dans cette partie, on donne $JH = 2$ cm.

- 1) Quelle est la nature du quadrilatère JKLM ? Justifier.
- 2) Calculer les longueurs JK et JM en justifiant les calculs.
- 3) Déterminer le volume B de sable blanc et le volume R de sable rouge contenus dans la pyramide.

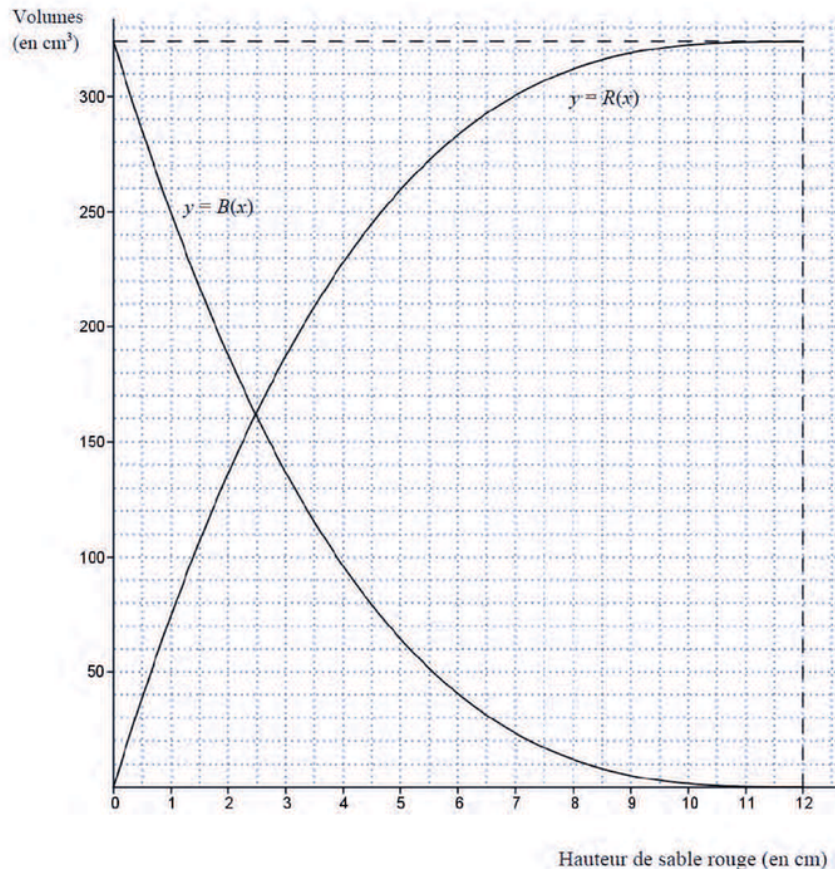


Rappel : volume d'une pyramide = $\frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$

PARTIE C : étude du cas général

Dans cette partie la hauteur JH de sable rouge est variable. On note x cette hauteur, exprimée en centimètre, et respectivement $B(x)$ et $R(x)$ les volumes de sable blanc et de sable rouge contenus dans la pyramide, exprimés en fonction de x et en centimètre cube.

- 1) Quelles sont les valeurs possibles pour x ?
- 2) On a tracé ci-après les représentations graphiques des fonctions B et R dans un repère du plan :



En utilisant ce graphique, répondre aux questions suivantes :

- a) Si la hauteur de sable rouge est 5 cm, quels sont les volumes respectifs de sable blanc et de sable rouge dans la pyramide ?
 - b) Si la hauteur de sable blanc est 5 cm, quels sont les volumes de sable blanc et de sable rouge dans la pyramide ?
 - c) Donner un encadrement au centimètre près de la hauteur de sable rouge pour laquelle les volumes des deux sables sont égaux.
- 3) a) Montrer que $B(x) = 0,1875 (12 - x)^3$.
- b) En déduire les valeurs exactes des réponses aux questions C 2) a).